

ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE  
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À  
L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

COMME EXIGENCE PARTIELLE  
À L'OBTENTION DE LA  
MAÎTRISE EN GÉNIE MÉCANIQUE  
M. Ing.

PAR  
David LAPOINTE-THÉRIAULT

VERS UNE RÉOLUTION NUMÉRIQUE DU VENT DANS LA COUCHE LIMITE  
ATMOSPHERIQUE À MICRO-ÉCHELLE AVEC LA MÉTHODE DE SIMULATION  
DES GRANDES ÉCHELLES (LES) SOUS OPENFOAM

MONTRÉAL, LE 24 OCTOBRE 2012



David Lapointe-Thériault, 2012



Cette licence [Creative Commons](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/) signifie qu'il est permis de diffuser, d'imprimer ou de sauvegarder sur un autre support une partie ou la totalité de cette œuvre à condition de mentionner l'auteur, que ces utilisations soient faites à des fins non commerciales et que le contenu de l'œuvre n'ait pas été modifié.

**PRÉSENTATION DU JURY**  
**CE MÉMOIRE A ÉTÉ ÉVALUÉ**  
**PAR UN JURY COMPOSÉ DE :**

Dr. Robert Benoit, directeur de mémoire  
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

Pr. Christian Masson, codirecteur de mémoire  
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

Pr. Louis Dufresne, président du jury  
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

Dr. Jonathan Nicolle, examinateur externe  
Institut de recherche d'Hydro-Québec (IREQ)

**IL A FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE DEVANT JURY ET PUBLIC**

**LE 25 SEPTEMBRE 2012**

**À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE**



## REMERCIEMENTS

L'aboutissement d'un projet de maîtrise et la rédaction d'un mémoire sont souvent perçus comme l'affaire d'une seule personne. Rien n'est moins sûr. Il est vrai que la majeure partie du travail incombe au candidat à la maîtrise, mais sa réalisation est souvent le fruit de plusieurs intervenants. En ce sens, souligner leurs apports va de soi.

D'abord, j'aimerais remercier les gens qui ont contribué au Réseau stratégique du CRSNG sur l'énergie éolienne (WESNet) en supportant financièrement la modeste participation scientifique que certains étudiants gradués, dont je fais partie, tentent d'apporter à la communauté.

Ensuite, je soulignerais la contribution de mon directeur de recherche Dr. Robert Benoit pour son encadrement et son support. Son implication directe et soutenue est tout à son honneur et elle est très appréciée. Sa passion pour la simulation atmosphérique est évidemment manifeste et j'ose croire contagieuse. Une fois de plus : merci Robert.

Je tiens aussi à remercier mon codirecteur Dr. Christian Masson, le tireur de ficelle de cette Chaire de recherche en aérodynamique des éoliennes en milieu nordique où viennent s'échouer quelques étudiants de par le monde en quête de défis et de casse-têtes numériques. La grande qualité de l'environnement de recherche que vous mettez à la disposition de vos étudiants est digne de mention.

Puis, un merci tout spécial à Nicolas Gasset, ce candidat au doctorat qui, tout au long de ma maîtrise, aura joué le rôle de mentor. Sans toi, tout ce travail aurait été impossible.

Un merci supplémentaire aux autres étudiants du Labo. Vous avez contribué directement et indirectement à ce projet par votre disponibilité beau temps, mauvais temps.

## VI

Finalement, un gros merci à ma famille, à ma copine et à mes amis. Leurs présences auront été essentielles afin que je conserve un équilibre entre ce projet et la vie qui suit son cours. Grâce à vous, mon temps « en dedans » fut une expérience de vie inestimable.

*« Les problèmes sont le déguisement préféré de l'opportunité. »*

*-Anonyme*





# **VERS UNE RÉOLUTION NUMÉRIQUE DU VENT DANS LA COUCHE LIMITE ATMOSPHÉRIQUE À MICRO-ÉCHELLE AVEC LA MÉTHODE DE SIMULATION DES GRANDES ÉCHELLES (LES) SOUS OPENFOAM**

David LAPOINTE-THÉRIAULT

## **RÉSUMÉ**

À l'aide de modélisation mathématique avancée de la turbulence et de ressources informatiques modernes, une amélioration des simulations numériques des écoulements atmosphériques est envisageable. Un avancement significatif dans ce domaine aurait un impact positif sur la recherche en énergie éolienne. Afin d'y contribuer, le présent ouvrage propose de s'attarder sur la conception d'un solveur numérique micro-échelle basé sur la méthode des Simulations aux Grandes Échelles (LES) avec loi de paroi à l'aide du progiciel à code source libre OpenFOAM. Des conditions atmosphériques neutres avec frontière rigide ou avec inversion de température potentielle comme frein à la progression verticale de la couche limite, un terrain plat, un fluide incompressible, une approximation de la flottabilité par Boussinesq et une turbulence horizontalement homogène sont les hypothèses de travail. Pour y parvenir, un réaménagement important du code est proposé. De nouvelles conditions frontières de vitesse et de température potentielle, un terme source dédié à satisfaire les lois de paroi et une modification à l'algorithme de résolution PISO permettant de stabiliser la couche d'inversion de température potentielle ont entre autres été créés. Grâce à ces ajouts, le nouveau solveur conçu est en mesure d'obtenir un comportement moyen proche de la similarité de Monin-Obukhov lorsque les simulations se retrouvent dans la Zone de Haute Précision. Il se démarque par sa capacité à résoudre des cas en présence de stratification thermique tout en conservant une forte compatibilité avec les différentes bibliothèques de la distribution officielle d'OpenFOAM. Lorsque comparé avec d'autres solveurs d'organisations professionnelles (notamment MC2), les résultats obtenus sont prometteurs. Il est néanmoins recommandé de poursuivre le raffinement du code. Il est estimé qu'un renforcement plus stricte du couplage de résolution vitesse-pression-température et qu'une correction de la discrétisation linéaire des opérateurs différentielles du champ de vitesse en région proche-paroi amélioreraient davantage la qualité des simulations.

**Mots-clés :** grandes échelles, CLA, OpenFOAM, CFD.



# **VERS UNE RÉOLUTION NUMÉRIQUE DU VENT DANS LA COUCHE LIMITE ATMOSPHÉRIQUE À MICRO-ÉCHELLE AVEC LA MÉTHODE DE SIMULATION DES GRANDES ÉCHELLES (LES) SOUS OPENFOAM**

David LAPOINTE-THÉRIAULT

## **ABSTRACT**

By using advanced mathematical modeling and modern computer resources, an improvement of numerical simulations of atmospheric flow is conceivable. Further advancement in this domain would have a positive impact on the wind energy research. In order to contribute at this effort, the present work is focused on the design of a numerical microscale solver based on the Large Eddy Simulation method with law-of-the-wall through the open-source software OpenFOAM. Neutral atmospheric conditions with slip lid or capping inversion to limit the depth of the growing boundary layer, flat terrain, incompressible flow, buoyancy by Boussinesq approximation and horizontally homogeneous turbulence are the working hypotheses. To achieve this task, a readjustment of the code is proposed. New boundary conditions for velocity and potential temperature, source term dedicated to satisfy laws-of-the-wall and modification of PISO algorithm in order to stabilize the capping inversion layer have been created, among others. Due to these additions, the new designed solver is able to perform simulations with an average behavior close to the Monin-Obukhov similarity when the High Accuracy Zone is reached. It distinguishes oneself by its capability to resolve cases in the presence of thermal stratification while conserving a strong compatibility with the official distribution of OpenFOAM. Subjected to direct comparisons with other solvers from professional organizations (notably MC2), the results obtained are quite promising. It is however recommended to pursue the refinement of the code. It is believed that an even tighter velocity-pressure-temperature coupling and a correction of the linear discretization of the differential operators from velocity field in the near-wall region would further improve the quality of the simulations.

**Keywords:** large eddy, ABL, OpenFOAM, CFD



## TABLE DES MATIÈRES

	Page
INTRODUCTION .....	1
CHAPITRE 1 COUCHE LIMITE ATMOSPHERIQUE .....	5
1.1 La couche limite atmosphérique .....	5
1.1.2 La couche de surface .....	6
1.1.3 La couche d'Ekman .....	6
1.2 Écoulement du vent dans la couche limite atmosphérique .....	7
CHAPITRE 2 TURBULENCE .....	9
2.1 États d'écoulements .....	9
2.2 Échelles des tourbillons .....	9
2.3 Mesure de la turbulence .....	12
CHAPITRE 3 SIMULATION DES GRANDES ÉCHELLES .....	15
3.1 Simulation numérique .....	15
3.2 Développement de la méthode LES .....	16
3.3 Modélisation du tenseur des contraintes de sous-filtre applicable à la quantité de mouvement .....	17
3.3.1 Modélisation du flux vectoriel de sous-filtre applicable au transport d'un traceur .....	18
3.3.2 Filtre .....	19
3.4 Les modèles de sous-filtre .....	20
3.4.1 Smagorinsky .....	20
3.5 Domaine de simulation .....	21
3.6 Maillage .....	21
3.7 Lois de paroi .....	23
3.8 Nombre de Courant .....	23
CHAPITRE 4 SIMULATION DES GRANDES ÉCHELLES APPLICABLE À LA COUCHE LIMITE ATMOSPHERIQUE NEUTRE EN TERRAIN PLAT .....	25
4.1 Équations filtrées gouvernantes pour la CLA .....	25
4.2 Corrections du modèle de sous-filtre et du nombre de Prandtl turbulent .....	26
4.2.1 Ajustement de la longueur de mélange et du nombre de Prandtl turbulent en fonction de la stratification thermique .....	27
4.2.2 Ajustement de la longueur de mélange en proximité de paroi du modèle Smagorinsky .....	29
4.3 Domaine de simulation .....	29
4.4 Conditions frontières .....	30
4.4.1 Aux entrées et sorties .....	30
4.4.2 Au sol .....	30

4.4.3	Du haut.....	32
4.5	Gradient vertical adimensionnel moyen de vitesse.....	33
4.6	Zone de Haute Précision .....	34
4.6.1	Première observation .....	34
4.6.1.1	Premier critère.....	36
4.6.2	Deuxième observation .....	37
4.6.2.1	Deuxième et troisième critères.....	37
4.6.3	Analyse des trois critères .....	38
4.6.4	L'espace de l'ensemble des paramètres .....	39
4.7	Statistiques .....	40
CHAPITRE 5 OPENFOAM.....		43
5.1	Méthode de résolution.....	43
5.2	Traitement de la divergence du tenseur des contraintes déviatoriques effectives .....	45
5.3	Algorithme de résolution pour écoulement de fluide instationnaire avec l'approximation de flottabilité de Boussinesq .....	47
CHAPITRE 6 MODÈLES NUMÉRIQUES .....		49
6.1	Solveur LESforABL .....	49
6.1.1	Accélération de Coriolis .....	50
6.1.2	Vent géostrophique .....	50
6.1.3	Transport de température potentielle et terme de flottabilité.....	50
6.1.4	Séquence de résolution des équations.....	51
6.2	Loi de gradient de vitesse proche-paroi et vitesse à la paroi .....	52
6.3	Loi de gradient de température potentielle proche-paroi et de température potentielle à la paroi.....	55
6.4	Ajout d'un terme source explicite pour la loi de paroi .....	56
6.5	Modifications du modèle de Smagorinsky .....	58
CHAPITRE 7 VALIDATION SOMMAIRE .....		59
7.1	La spirale d'Ekman .....	59
7.2	Lois de gradient proche-paroi .....	62
7.3	Bilan des forces et loi de paroi.....	63
7.4	Termes sources locaux pour les lois de paroi, fonctions de stabilité et longueur d'échelle variable .....	65
CHAPITRE 8 COMPARAISON ET RÉSULTATS .....		67
8.1	Paramètres récurrents.....	67
8.1.1	Schémas de discrétisation .....	67
8.1.2	Contrôle de la solution et de l'algorithme.....	68
8.2	Première comparaison (C1) : cas d'Andren et al. 1994 .....	68
8.2.1	Conditions de simulation .....	69
8.2.2	Résultats et analyse des résultats .....	70
8.2.3	Conclusion de la première comparaison .....	81
8.3	Deuxième comparaison (C2) : ABLPisoSolver et HAZ.....	82
8.3.1	Disparités pertinentes avec LESforABL.....	82

8.3.2	Conditions de simulation .....	84
8.3.3	Résultats et analyse des résultats .....	85
8.3.4	Conclusion de la deuxième comparaison.....	97
8.4	Troisième comparaison (C3) : MC2 .....	98
8.4.1	Disparités pertinentes avec LESforABL.....	99
8.4.2	Conditions de simulation .....	101
8.4.3	Super-boucles.....	103
8.4.4	Analyse de la surproduction du cisaillement en région proche-paroi.....	105
8.4.5	Résultats et analyse des résultats .....	110
8.4.6	Conclusion de la troisième comparaison .....	118
CONCLUSION .....		119
RECOMMANDATIONS .....		125
ANNEXE I	COMPORTEMENT MOYEN D'UN ÉCOULEMENT TURBULENT PRÈS D'UNE PAROI.....	127
ANNEXE II	DÉMARCHE POUR OBTENIR LA VITESSE À LA PAROI.....	129
ANNEXE III	INFLUENCE DU CISAILLEMENT DE PAROI SUR LA DIVERGENCE DU TENSEUR DES CONTRAINTES EFFECTIVES EN UTILISANT LE THÉORÈME DE GAUSS LINÉARISÉ.....	131
ANNEXE IV	LOI DE PAROI PAR AJOUT D'UN TERME SOURCE EXPLICITE..	135
ANNEXE V	DÉMARCHE POUR OBTENIR LE COMPORTEMENT ANALYTIQUE MOYEN DE LA VITESSE PROCHE-PAROI PAR BILAN DES FORCES.....	137
ANNEXE VI	VÉRIFICATION SOMMAIRE DES TERMES SOURCES LOCAUX DE $MWB_{corr}$ .....	139
ANNEXE VII	VÉRIFICATION SOMMAIRE DE L'IMPLÉMENTATION DES FONCTIONS DE STABILITÉ ET DE LA LONGUEUR D'ÉCHELLE VARIABLE DU MET OFFICE POUR LA VISCOSITÉ TOURBILLONNAIRE ET LA DIFFUSIVITÉ THERMIQUE DE SOUS-FILTRE .....	143
ANNEXE VIII	ÉNUMÉRATION DES DIFFÉRENTS CONTRÔLES DE LA SOLUTION ET DE L'ALGORITHME .....	147
ANNEXE IX	EXPLICATION DE LA MESURE DE L'INSTATIONNARITÉ DE A94.....	149

ANNEXE X	PROFILS VERTICAUX DES COMPOSANTES HORIZONTALES DE VITESSE SOUS DIFFÉRENTS MAILLAGES ET LOIS DE PAROI SELON LES CONDITIONS DE A94 .....	151
ANNEXE XI	DÉMARCHE POUR OBTENIR L'ERREUR ASSOCIÉE À LA DISCRÉTISATION LINÉAIRE D'UN PROFIL VERTICAL LOGARITHMIQUE .....	153
APPENDICE A	DESCRIPTION AND GUIDELINES OF THE LESforABL SOLVER.....	155
LISTE DE RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....		169



## LISTE DES TABLEAUX

	Page
Tableau 7.1	Validation de l'implémentation des lois de paroi .....65
Tableau 8.1	Vitesse de frottement moyennée entre 2 et 4 $t_{fc}$ en fonction du solveur sous (a) un maillage de 150x75x60 et une loi de paroi SG et sous (b) un maillage de 128x64x120 et une loi de paroi MWB selon les conditions de A94 .....92
Tableau 8.2	Énergie cinétique turbulente résolue moyennée entre 2 et 4 $t_{fc}$ en fonction du solveur sous (a) un maillage de 150x75x60 et sous (b) un maillage de 128x64x120 selon les conditions de A94.....96
Tableau 8.3	Écart entre les temps de résolution en fonction du nombre de super-boucle(s) selon des conditions allégées du cas $S_S^m$ de G12 .....103
Tableau 8.4	Valeurs de la vitesse de frottement, de la hauteur de la CLA et du flux de chaleur minimum en comparaison avec $S_S^m$ de G12.....112



## LISTE DES FIGURES

	Page
Figure 1.1	Couche limite atmosphérique neutre .....5
Figure 2.1	Représentation schématique de la cascade d'énergie en fonction des échelles de grandeur de tourbillons.....10
Figure 2.2	Représentation graphique sur une échelle logarithmique du spectre d'énergie cinétique d'un écoulement à haut nombre de Reynolds .....11
Figure 3.1	Représentation 2D du plus petit tourbillon moyen résolu par rapport au maillage.....19
Figure 4.1	Variation des facteurs ajustant la longueur de mélange et du nombre Prandtl turbulent du Met Office en fonction de $Ri$ et des constantes $b$ et $c$ proposées.....28
Figure 4.2	Exemple de profil de température potentielle avec inversion.....32
Figure 4.3	Exemple de la surestimation du gradient adimensionnel moyen de vitesse dans la couche de surface obtenu suite à une simulation LES de la CLA pratiquée lors de nos travaux de recherche .....33
Figure 4.4	Schéma de l'espace de l'ensemble des paramètres .....39
Figure 5.1	Représentation schématique d'une maille à schéma colocalisé .....44
Figure 6.1	Représentation sur une colonne de cellules des indices utilisés dans ce travail .....53
Figure 7.1	Oscillation inertielle de la réponse temporelle pour LESforABL autour de la réponse analytique d'Ekman .....61
Figure 7.2	Spirale d'Ekman théorique et de celle numérique obtenue par LESforABL.....61
Figure 7.3	Module de la vitesse théorique d'Ekman et de celui obtenu par LESforABL.....62
Figure 7.4	Angle en degré entre les composantes de vitesse horizontale théorique d'Ekman et celui obtenu par LESforABL .....62
Figure 7.5	Résultat du test portant sur la correction des gradients avec gradMcorr avec des facteurs $a_1 = 0$ et $a_2 = 1$ .....63

Figure 8.1	Évolution de l'énergie cinétique turbulente résolue en comparaison avec l'énergie cinétique turbulente totale de A94.....	71
Figure 8.2	Évolution de l'instationnarité en comparaison avec A94.....	73
Figure 8.3	Impact de l'initialisation sur l'instationnarité de la solution en comparaison avec A94.....	73
Figure 8.4	Gradient vertical adimensionnel moyen de vitesse en comparaison avec A94.....	74
Figure 8.5	Localisation des critères par rapport au HAZ avec LESforABL selon les conditions de A94.....	75
Figure 8.6	Profil vertical moyen de la viscosité tourbillonnaire de sous-filtre en comparaison avec A94.....	76
Figure 8.7	Profil vertical adimensionnel moyen des variances résolues en comparaison avec A94.....	78
Figure 8.8	Profil vertical adimensionnel moyen des flux verticaux des composantes horizontales de vitesse (totaux et sous-filtres) en comparaison avec A94.....	79
Figure 8.9	Profil vertical moyen des composantes de vitesse horizontales selon les conditions de A94.....	80
Figure 8.10	Espace de l'ensemble des paramètres du HAZ sous différents maillages et lois de paroi selon les conditions de A94 avec le solveur LESforABL.....	85
Figure 8.11	Évolution comparative de l'énergie cinétique turbulente résolue sous un maillage de 150x75x60 selon les conditions de A94 avec une loi de paroi SG.....	87
Figure 8.12	Évolution comparative de l'instationnarité sous un maillage de 150x75x60 selon les conditions de A94.....	88
Figure 8.13	Profil vertical moyen des composantes horizontales de vitesse en fonction du solveur sous (a) un maillage de 150x75x60 et une loi de paroi SG et sous (b) un maillage de 128x64x120 et une loi de paroi MWB selon les conditions de A94.....	89
Figure 8.14	Gradient vertical adimensionnel moyen de vitesse sous différents maillages avec (a) une loi de paroi SG et (b) une loi de paroi MWB selon les conditions de A94 avec le solveur LESforABL.....	90

Figure 8.15	Gradient vertical adimensionnel moyen de vitesse en fonction du solveur sous (a) un maillage de 150x75x60 et une loi de paroi SG et sous (b) un maillage de 128x64x120 et une loi de paroi MWB selon les conditions de A94 et à l'intérieur du HAZ .....91
Figure 8.16	Profil vertical moyen de la viscosité tourbillonnaire de sous-filtre en fonction du solveur sous (a) un maillage de 150x75x60 et une loi de paroi SG et sous (b) un maillage de 128x64x120 et une loi de paroi MWB selon les conditions de A94 .....93
Figure 8.17	Profils verticaux moyens des variances résolues de vitesse en fonction du solveur sous (a) un maillage de 150x75x60 et une loi de paroi SG et sous (b) un maillage de 128x64x120 et une loi de paroi MWB selon les conditions de A94 .....94
Figure 8.18	Profils verticaux moyens des flux verticaux tourbillonnaires résolus en fonction du solveur sous (a) un maillage de 150x75x60 et une loi de paroi SG et sous (b) un maillage de 128x64x120 et une loi de paroi MWB selon les conditions de A94 .....95
Figure 8.19	Profils verticaux moyens des flux verticaux tourbillonnaires sous-filtrés en fonction du solveur sous (a) un maillage de 150x75x60 et une loi de paroi SG et sous (b) un maillage de 128x64x120 et une loi de paroi MWB selon les conditions de A94 .....96
Figure 8.20	Comparaison des niveaux de résolution des champs dynamiques entre OpenFOAM à gauche et MC2 à droite. Représentation de la partie en proximité de paroi. Le motif répétitif de la partie éloigné des frontières débute au niveau $p$ . .....100
Figure 8.21	Profil vertical moyen de la température potentielle en fonction du nombre de super-boucle(s) selon des conditions allégées du cas $S_S^m$ de G12.....104
Figure 8.22	Profil vertical moyen des composantes horizontales de vitesse en fonction du nombre de super-boucle(s) selon des conditions allégées du cas $S_S^m$ de G12 .....104
Figure 8.23	Profil vertical adimensionnalisé de l'erreur associée aux calculs des gradients verticaux des composantes horizontales de vitesse suite à une approximation linéaire de la vitesse évoluant en réalité de manière logarithmique .....107
Figure 8.24	Profil vertical moyen du module des flux verticaux tourbillonnaires en fonction de l'interpolation utilisée pour les gradients selon des conditions allégées du cas $S_S^m$ de G12.....110

Figure 8.25	Évolution comparative de la moyenne et de son enveloppe (a) de l'énergie cinétique turbulente résolue et (b) de la vitesse de frottement en fonction des conditions $S_S^m$ de G12 .....111
Figure 8.26	Évolution comparative de la moyenne et de son enveloppe de l'instationnarité en fonction des conditions $S_S^m$ de G12 .....111
Figure 8.27	Profil vertical moyen et des extremums (a) des composantes horizontales de vitesse et (b) du gradient de vitesse adimensionnel en fonction des conditions $S_S^m$ de G12 .....113
Figure 8.28	Profil vertical moyen et des extremums de la température en fonction des conditions $S_S^m$ de G12 .....114
Figure 8.29	Profil vertical adimensionnel moyen et des extremums (a) du flux vertical de quantité de mouvement, (b) de la proportion de sa partie résolue, (c) des variances résolues et (d) du flux horizontal de quantité de mouvement en fonction des conditions $S_S^m$ de G12.....115
Figure 8.30	Profil vertical adimensionnel moyen et des extremums (a) du flux vertical de chaleur et (b) de la proportion de sa partie résolue en fonction des conditions $S_S^m$ de G12 .....116

## **LISTE DES ABRÉVIATIONS, SIGLES ET ACRONYMES**

A94	Andren et al. (1994)
AEMN	Chaire de recherche de Canada en Aérodynamique des Éoliennes en Milieu Nordique
BW10	Brasseur & Wei (2010)
CD	Central Differencing (2 <sup>e</sup> ordre)
CFL	Courant-Fiedrichs-Lewy
CLA	Couche Limite Atmosphérique
G12	Gasset (2012)
HAZ	High Accuracy Zone
LES	Simulation aux Grandes Échelles
MWB	Moeng, Wei et Brasseur
MC2	Mesoscale Compressible Community
NCAR	National Center for Atmospheric Research
NREL	National Renewable Energy Laboratory
OPENFOAM	Open Field Operation and Manipulation
PISO	Pressure Implicit Splitting Operation
RANS	Reynolds Averaged Navier-Stokes
RP	Régime Permanent
SFS	Sub-Filter Scale
SG	Schumann-Grötzbach





## LISTE DES SYMBOLES ET UNITÉS DE MESURE

1, 2, 3	notation indicielle de direction
a	coefficient matriciel
$a_i$	facteurs d'interpolation pour la procédure gradMcorr
A, A	aire d'une surface, module ou quantité vectorielle [ $m^2$ ]
$A_R$	ratio des dimensions des mailles proche-parois ( $= \Delta x / \Delta z = \Delta y / \Delta z$ )
b, c	constantes du modèle de stratification proposé par le Met Office
B	constante pour la loi logarithmique
$B_{ij}$	tenseur des contraintes de sous-filtre [ $m^2/s^2$ ]
$B_{ij}^D$	tenseur des contraintes déviatoriques de sous-filtre [ $m^2/s^2$ ]
$B_{ij}^{D,eff}$	tenseur des contraintes déviatoriques effectives [ $m^2/s^2$ ]
$B_{kk}$	trace du tenseur des contraintes de sous-filtre [ $m^2/s^2$ ]
$B_{\phi j}$	vecteur des flux de sous-filtre de $\phi$ [ $m^2/s^2$ ]
C	constante de Kolmogorov de l'énergie spectrale
C1, C2, C3	identification des comparaisons effectuées
$C_s$	constante de Smagorinsky
$C_u, C_v$	mesures adimensionnelles de l'instationnarité
e	erreur associée à la discrétisation linéaire du gradient vertical des composantes de vitesse dans la couche de surface
eff	notation indicielle qui signifie effectif (sous-filtré + moléculaire)
E	densité spectrale d'énergie [ $m^3/s^2$ ]
E, B, N, P, S, T, W	notation indicielle indiquant la position spatiale des cellules adjacentes et actuelle

$f, m, n, w$	notation indicielle de position verticale dans le maillage
$f_h$	facteur de stabilité associé à la diffusivité thermique de sous-filtre
$f_m$	facteur de stabilité associé à la viscosité tourbillonnaire de sous-filtre
$f_{cj}$	paramètres de Coriolis [1/s]
$f_i$	faces d'une cellule
$F$	force [N]
$g_i$	accélération gravitationnelle [ $m/s^2$ ]
$G$	module du vent géostrophique [m/s]
$i, j, k$	notation indicielle de direction spatiale
in, out	notation indicielle signifiant entrée et sortie respectivement
<b>I</b>	matrice identité
$k$	énergie cinétique turbulente [ $m^2/s^2$ ]
$\kappa$	nombre d'onde [1/m]
$l$	longueur de mélange [m]
$l_v$	échelle de longueur visqueuse de la couche de surface [m]
$l_{vLES}$	échelle de longueur visqueuse de sous-filtre de la couche de surface [m]
$L, D, H$	longueur, largeur et hauteur d'un domaine de simulation [m]
$\ell$	échelle de longueur caractéristique des tourbillons [m]
$\ell_{DI}$	échelle de longueur caractéristique des tourbillons démarquant la zone dissipative et la zone inertielle [m]
$\ell_{EI}$	échelle de longueur caractéristique des tourbillons démarquant la zone d'entrée d'énergie et la zone inertielle [m]
$\ell_0$	échelle de longueur caractéristique du tourbillon le plus grand [m]
$\mathcal{L}$	échelle de longueur caractéristique de l'écoulement [m]

$\dot{m}$	débit massique [ $\text{kg}/\text{m}^3\text{s}$ ]
$n$	constante de la fonction de couplage entre la région proche et loin de la paroi de la longueur d'échelle du modèle SmagorinskyMETO (= 1, 2 ou 3)
$\mathbf{n}$	vecteur normal
$nb$	nombre d'occurrences
$num$	notation indicielle signifiant numérique
$N$	fonction de densité de probabilité de la loi normale
$N_{z_i}$	nombre de cellules en direction verticale dans la CLA
$N_{z_i}^*$	nombre critique de cellules en direction verticale dans la CLA
$p$	pression [Pa]
$P$	production d'énergie cinétique [ $\text{m}^2/\text{s}^3$ ]
$p^d$	pression moins la pression hydrostatique [ $\text{m}^2/\text{s}^3$ ]
$Pr_t$	nombre de Prandtl turbulent
$R$	notation indicielle indiquant la partie résolue (similaire à filtrée)
$Rc$	nombre de Richardson gradient critique
$Re_{LES}$	nombre de Reynolds LES
$Re_{LES}^*$	nombre de Reynolds LES critique
$Re_\tau$	nombre de Reynolds turbulent
$Ri$	nombre de Richardson gradient local
$\mathfrak{R}$	ratio des contraintes résolues versus sous-filtrées
$\mathfrak{R}^*$	ratio critique des contraintes résolues versus sous-filtrées
$\mathbf{S}, S_{ij}$	tenseur des taux de déformation [ $1/\text{s}$ ]
$S_C$	partie constante du terme source

## XXVIII

$S_G$	terme source global
$S_P$	coefficient du terme source
$SC$	surface de contrôle [ $m^2$ ]
$SFS$	notation indicielle indiquant la partie sous-filtrée
$t$	temps [s]
$t_0, t_f$	temps initial, temps final [s]
$theo$	notation indicielle signifiant théorique
$u, v, w$	composantes de vitesse [m/s]
$\mathbf{u}, u_i$	composantes de vitesse [m/s]
$u_i'$	composantes de fluctuation de vitesse [m/s]
$u_g, v_g$	composantes de vitesse du vent géostrophique [m/s]
$u_*$	vitesse de frottement [m/s]
$u_*^{local}$	vitesse de frottement locale [m/s]
$U$	module des composantes de vitesse horizontales [m/s]
$U^+$	module adimensionnel des composantes de vitesses horizontales
$V$	volume [ $m^3$ ]
$VC$	volume de contrôle [ $m^3$ ]
$x, y, z$	coordonnées cartésiennes [m]
$x_i$	coordonnée cartésienne [m]
$z_0$	longueur de rugosité [m]
$z_i$	hauteur de la CLA [m]
$z_{i_0}$	hauteur de la CLA à l'initialisation [m]
$z_{i_\gamma}$	hauteur de la CLA d'Ekman [m]

$z^+$	hauteur adimensionnelle
$z_{LES}^+$	hauteur adimensionnelle LES
$\beta$	constante de la loi de paroi MWB
$\gamma$	réciproque de l'échelle de hauteur de la CLA d'Ekman [1/m]
$\delta_{ij}$	symbole de Kronecker
$\Delta$	dimension caractéristique du filtre [m]
$\Delta x, \Delta y, \Delta z$	dimensions de maille [m]
$\Delta t$	pas de temps de calcul [s]
$\varepsilon$	dissipation de l'énergie cinétique turbulente [ $m^2/s^3$ ]
$\epsilon_{ijk}$	tenseur de permutation
$\eta$	échelle caractéristique du tourbillon le plus petit [m]
$\theta$	température potentielle [K]
$\theta'$	fluctuation de la température potentielle [K]
$\theta_0$	température potentielle de référence [K]
$\vartheta$	champ volumique
$\kappa$	constante de von Kármán
$\kappa_\theta$	coefficient de diffusion thermique moléculaire [ $m^2/s$ ]
$\kappa_\phi$	coefficient de diffusion moléculaire de $\phi$ [ $m^2/s$ ]
$\kappa_{SFS}$	diffusivité thermique de sous-filtre [ $m^2/s$ ]
$\nu$	viscosité cinématique moléculaire [ $m^2/s$ ]
$\nu_{eff}$	viscosité cinématique effective [ $m^2/s$ ]
$\nu_{LES}$	viscosité LES proche-paroi [ $m^2/s$ ]
$\nu_{SFS}$	viscosité cinématique tourbillonnaire de sous-filtre [ $m^2/s$ ]

XXX

$\nu_y$	viscosité cinématique tourbillonnaire constante de la CLA d'Ekman [ $\text{m}^2/\text{s}$ ]
$\xi_1, \xi_2, \xi_3$	paramètres adimensionnels du HAZ
$\rho$	masse volumique [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ]
$\tau_{ij}$	tenseur des contraintes effectives (incluant la masse volumique) [Pa]
$\phi$	traceur passif ou angle séparant le vecteur de vitesse du vent au vecteur du vent géostrophique
$\Phi_M$	gradient vertical adimensionnel moyen classique de vitesse
$\Phi_{M_2}$	gradient vertical adimensionnel moyen modifié de vitesse
$\psi$	constante du pas d'échantillonnage spatial
$\Omega_j$	composante de vitesse angulaire de rotation diurne de la Terre [1/s]
$^0$	quantité provenant de l'itération précédente
$^T$	quantité matricielle transposée
$\star$	produit tensoriel quelconque
$\sim$	quantité filtrée
$-$	quantité moyennée temporellement
$\langle \rangle$	quantité moyennée spatialement
$\langle \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} \rangle$	gradient de pression d'entraînement [ $\text{m}/\text{s}^2$ ]

## INTRODUCTION

L'éolienne joue un rôle d'extracteur et de convertisseur, c'est-à-dire qu'elle extrait l'énergie mécanique du vent pour la convertir en énergie électrique. Cette relation suppose que l'énergie éolienne est dépendante de la machine et de la ressource. Il convient alors que l'amélioration de l'efficacité de ce processus passe par une connaissance approfondie de ces deux domaines. Soyons modestes et concentrons-nous seulement sur la ressource : le vent.

Son influence sur la production est aisément compréhensible, l'énergie cinétique emmagasinée d'un corps est directement influencée par la vitesse de celui-ci. En d'autres mots, plus il vente, plus l'énergie disponible à extraire est importante. Dans un souci de production énergétique, les éoliennes devraient alors être logiquement installées aux endroits où le vent est à la fois le plus fort et le plus constant. C'est une relation simple et sa compréhension est accessible à tous. Néanmoins, la réalité est tout autre. Le vent atteignant sa pleine amplitude à une altitude encore inaccessible pour des projets économiquement viables, il faut faire des compromis.

Pour diverses raisons, les éoliennes modernes ne dépassent que très rarement deux cents mètres de haut. À cette hauteur, l'écoulement du vent est encore fortement influencé par la présence du sol et par les structures naturelles et artificielles qui y sont rattachées. Son comportement y est complexe, sous-entendant qu'il est difficilement prévisible sur des plages temporelles restreintes. De plus, afin de réduire les coûts d'installation, d'entretien et de maintenance, les éoliennes sont souvent regroupées en parc de superficie limitée ayant comme conséquence des influences additionnelles sur le comportement du vent en périphérie.

Ainsi, en partant d'un principe simple, la production d'énergie éolienne peut aisément devenir compliquée. Entre autres choses, cette complexité provient de la nature changeante du vent et des obstacles géométriques rencontrés qui influence son comportement dynamique. En saisissant davantage de détails sur le comportement du vent sous une variété

de conditions, il est raisonnable de croire que cela permettra d'améliorer une foule d'aspects en lien avec la production d'énergie éolienne (les prises de décisions sur l'emplacement géographique d'un parc, les résolutions de problématiques, la conception aérodynamique et structurale des éoliennes de demain, etc.)

Une amélioration de la simulation numérique à micro échelle du comportement du vent dans la couche limite atmosphérique (CLA), la région de l'atmosphère où se situent les éoliennes, est un pas dans cette direction.

Pour y parvenir, une méthode prometteuse et relativement accessible est la Simulation aux Grandes Échelles ou plus connue sous sa version anglaise de *Large Eddy Simulation* (LES). Malgré que de nombreux travaux aient été effectués pour en améliorer son comportement, il reste de nombreux défis à surmonter pour qu'elle soit considérée comme une méthode viable et efficace. En ce sens, l'utilisation d'OpenFOAM (*Open Field Operation and Manipulation*), un progiciel de résolution numérique de mécanique des milieux continus à code source libre bénéficiant d'une communauté d'utilisateurs grandissante et en constante évolution, est avantageuse. En pratique, cela se traduit par de nombreuses possibilités telles que d'implémenter des modifications aux codes selon les besoins, d'en partager le contenu et de bénéficier des améliorations apportées par les autres utilisateurs. Cette effervescence est évidemment un contexte favorable lors de recherche de solutions à des difficultés communes.

L'objectif de ce travail est de contribuer à cet effort en développant un solveur LES simulant le vent dans une CLA sur terrain plat en condition neutre avec OpenFOAM.

En parallèle, cet outil s'ajoutera à celui spécifiquement développé pour la modélisation atmosphérique du nom de MC2 (*Mesoscale Compressible Community*) jadis développé par la division Recherche en Prévision Numérique d'Environnement Canada (Robert et al., 1997) et mise à jour (LES) récemment lors de travaux de recherche universitaire (Gasset, à paraître) à la Chaire de recherche du Canada en aérodynamique des éoliennes en milieu nordique (AEMN). L'intérêt est alors de bénéficier de deux solveurs substantiellement différents pour



des comparaisons numériques croisées. Être en mesure de pratiquer une telle comparaison est d'ailleurs un objectif supplémentaire.

Dans le but d'y parvenir, une revue concise de la littérature en lien avec la CLA, la mécanique des fluides, la LES et OpenFOAM est décrite afin de saisir et de comprendre le contexte, les points importants à respecter et de faire des choix opportuns. À la base, les bibliothèques offertes par OpenFOAM pour résoudre des cas d'écoulement de fluide sont essentiellement bâties pour des cas d'ingénierie traditionnelle. Un réaménagement du code est alors inévitable afin qu'il se conforme aux enjeux particuliers à la CLA. Pour s'assurer d'un minimum de validation, chaque nouvelle implémentation est testée de manière isolée avec des cas simples à coût de calcul modique. Ensuite, la performance de l'ensemble du nouveau solveur développé est évaluée en fonction d'autres codes existants avec des comparaisons dans des conditions similaires issues de la littérature et avec MC2. Fort des observations découlant de ces comparaisons et de l'expérience acquise, des recommandations pour une éventuelle poursuite du travail sont proposées.



## CHAPITRE 1

### COUCHE LIMITE ATMOSPHERIQUE

#### 1.1 La couche limite atmosphérique

La CLA se définit comme étant la partie de la troposphère qui est directement influencée par la présence de la surface terrestre et répondant aux forces de surface à l'intérieur d'une période d'une heure (Stull, 1988). De par cette influence terrestre, une de ces caractéristiques principales est que l'écoulement du vent se retrouve constamment dans un état turbulent.

La CLA est elle-même composée de différentes couches qui se forment dépendamment des conditions météorologiques. Lorsque neutre, condition utilisée pour ce travail et à laquelle les définitions se rapportent, cela se résume à la couche de surface et à la couche d'Ekman (*Voir* figure 1.1).

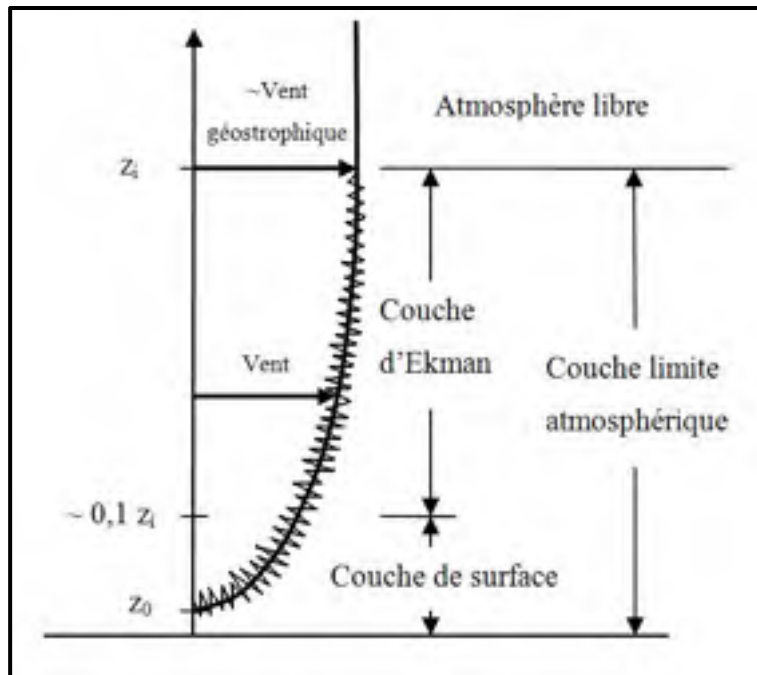


Figure 1.1 Couche limite atmosphérique neutre

### 1.1.2 La couche de surface

La couche de surface est la couche se retrouvant le plus près du sol, son autre frontière étant bornée par la couche d'Ekman. Les forces importantes qui la caractérisent sont celles de la friction et du gradient de pression (Crasto, 2007). Elle ne représente qu'environ 10 % de la CLA totale, mais on y retrouve la majeure partie de la turbulence. Sur terrain plat, le comportement moyen de cette couche de surface reste relativement prévisible. Elle se caractérise par une importante relation découlant de la théorie de similarité de Monin-Obukhov, c'est-à-dire le profil logarithmique de la vitesse moyenne du vent et parfois présenté sous la forme d'un gradient vertical adimensionnel moyen de vitesse (Stull, 1988), respectivement :

$$\bar{U} = \frac{u_*}{\kappa} \ln\left(\frac{z}{z_0}\right) \quad (1.1)$$

et

$$\Phi_M = \frac{\kappa z}{u_*} \frac{\partial \bar{U}}{\partial z} = 1 \quad (1.2)$$

où  $u_*$  est la vitesse de frottement,  $\kappa$  la constante de von Kármán,  $z$  la direction verticale et  $z_0$  la longueur de rugosité.

### 1.1.3 La couche d'Ekman

La couche d'Ekman est une couche qui suppose un impact pratiquement nul de la température sur la dynamique de l'écoulement du vent. Quoique rarement observée, on la retrouve parfois durant la transition entre les conditions stable et instable. Il est aussi possible de s'en approcher lors d'un ciel nuageux accompagné de vent modéré à fort (Stangroom, 2004).

Limitée supérieurement par l'atmosphère libre où la friction est négligeable et où le gradient vertical moyen de la vitesse du vent peut être considéré comme nul en condition barotrope, la couche d'Ekman est régie par la balance entre la friction, le gradient de pression et la force de Coriolis. Son comportement est caractérisé par une rotation du vent qui s'accroît à mesure qu'on se rapproche de la couche de surface, passant ainsi d'un vent parallèle aux isobares à sa limite supérieure à un croisement graduel de ceux-ci à mesure qu'on se rapproche de sa limite inférieure (Crasto, 2007).

## 1.2 Écoulement du vent dans la couche limite atmosphérique

L'écoulement du vent dans la CLA est un cas intrinsèque au domaine de la dynamique des fluides applicable à un fluide newtonien. Son comportement se caractérise selon l'équation de la conservation de la quantité de mouvement de Navier-Stokes où les contraintes visqueuses varient linéairement avec la partie anisotropique du tenseur des taux de déformation et à laquelle on y ajoute des termes sources caractéristiques. Afin de la simplifier, il est généralement admis que pour les simulations micro-échelles, on y fait l'approximation d'incompressibilité (Stull, 1988) :

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1.3)$$

où la notation indicielle utilisée est conforme à la convention de sommation d'Einstein.

Ensuite, pour prendre en compte l'effet du changement de température sur la dynamique, on y ajoute l'approximation de Boussinesq. Cette approximation a pour but de négliger les effets de variations de la masse volumique ( $\rho$ ) tout en tenant compte de ceux de flottabilité (Stull, 1988).

Ainsi, suite au réaménagement disponible par l'hypothèse d'incompressibilité et l'ajout des termes sources internes supplémentaires applicables à l'accélération de Coriolis et à

l'approximation de Boussinesq, l'équation gouvernante pour la quantité de mouvement de la CLA devient :

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \left(1 - \frac{\theta'}{\bar{\theta}}\right) g_i - 2\epsilon_{ijk} \Omega_j u_k - \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} \quad (1.4)$$

où  $g_i$  correspond à l'accélération gravitationnelle,  $\Omega_j$  à la vitesse angulaire de la rotation diurne de la Terre,  $p$  à la pression et  $\nu$  à la viscosité cinématique moléculaire de l'air.

Une équation évolutive de la température potentielle ( $\theta$ ) doit également être ajoutée, car influence la quantité de mouvement. En négligeant les changements de phases et les forts apports de transfert de chaleur autre que celui venant du sol, cette équation comportementale se résume à une équation de la conservation de la quantité d'un scalaire sans terme source interne :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + u_j \frac{\partial \theta}{\partial x_j} = \kappa_\theta \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_j^2} \quad (1.5)$$

où  $\kappa_\theta$  correspond au coefficient de diffusivité thermique moléculaire. Cette approximation est valable lorsque le ciel est sans nuages et que l'air est sec (Holton, 2004).

Ajoutons que l'écoulement du vent dans la CLA se produit à un très haut nombre de Reynolds et que par conséquent, il est fortement influencé par la présence d'une variété de tourbillons en trois dimensions de différentes échelles temporelles et spatiales. Les tourbillons ont une longueur caractéristique qui varie de quelques millimètres de diamètre à plus de 3000 mètres (Stull, 1988) tout en occupant simultanément le même espace physique.

Cet état turbulent étant complexe et désordonné, il pose généralement problème lors de la résolution des équations gouvernantes. Une compréhension minimale de la physique qui s'y rattache afin d'en résoudre son comportement est essentielle.

## CHAPITRE 2

### TURBULENCE

#### 2.1 États d'écoulements

L'écoulement de fluide peut se diviser en deux états : laminaire et turbulent. L'état laminaire est le plus accessible mathématiquement de par son organisation ordonné. Il est néanmoins davantage une exception que la règle puisqu'il est rarement présent dans la nature. L'autre état, celui turbulent, prédomine les phénomènes physiques couramment observés. Il est de caractère tourbillonnaire et très désordonné à la fois spatialement et temporellement. Il survient lorsque les forces d'inertie du fluide prédominent les forces de viscosité. Il en résulte une variation significative et irrégulière des variables dynamiques qui caractérisent un écoulement (vitesse, température, pression, etc.)

#### 2.2 Échelles des tourbillons

En 1922, afin de décrire la physique derrière le phénomène de turbulence, Richardson proposa l'idée de la cascade d'énergie. L'idée est que les plus grands tourbillons, contenant les quantités d'énergie cinétique les plus importantes, sont instables et se brisent en plus petits tourbillons dans lesquels l'énergie est transférée. Le processus se poursuivant jusqu'à l'atteinte d'une grosseur de tourbillons très petite où l'énergie emmagasinée se dissipe par l'entremise de la viscosité moléculaire. Ces différentes échelles ( $\ell$ ), bornées par les échelles les plus grandes ( $\ell_0$ ) et les plus petites ( $\eta$ ) et pouvant se côtoyer dans une même région, auront donc un taux de dissipation d'énergie qui sera dicté par le transfert d'énergie depuis les plus grands tourbillons (Pope, 2000).

À partir de ce contexte, Kolmogorov entreprit de séparer en deux catégories les différentes échelles. En émettant l'hypothèse qu'à nombre de Reynolds suffisamment élevé où les plus petites échelles de tourbillons ont un comportement statistiquement isotropique et universel, il est possible de tracer une référence ( $\ell_{EI}$ ) entre cette échelle et celle ayant, au contraire, un

comportement anisotropique et fortement influencé par les frontières de l'écoulement. Ces deux catégories sont respectivement nommées, la zone d'équilibre universel et la zone d'entrée d'énergie. En d'autres mots, cette séparation en catégories suppose que certaines échelles sont influencées à la fois par le taux de dissipation et par la viscosité moléculaire alors que d'autres échelles ne seraient qu'influencées que par le taux de dissipation. Ces deux hypothèses sont en accord avec la cascade d'énergie.

À partir de la zone d'équilibre universelle, deux sous-catégories ont été introduites afin de démarquer par une échelle de longueur caractéristique ( $\ell_{DI}$ ) la partie des échelles qui sont majoritairement influencées par les effets inertiels de celles où les effets visqueux sont significatifs. Ces deux sous-catégories portent respectivement le nom de zone inertielle et de zone de dissipation. Dans la zone d'équilibre universelle, il y aurait donc une division supplémentaire possible qui suppose une sous-partie beaucoup plus influencée par la viscosité alors qu'une autre l'est essentiellement par le taux de dissipation (*Voir* figure 2.1).

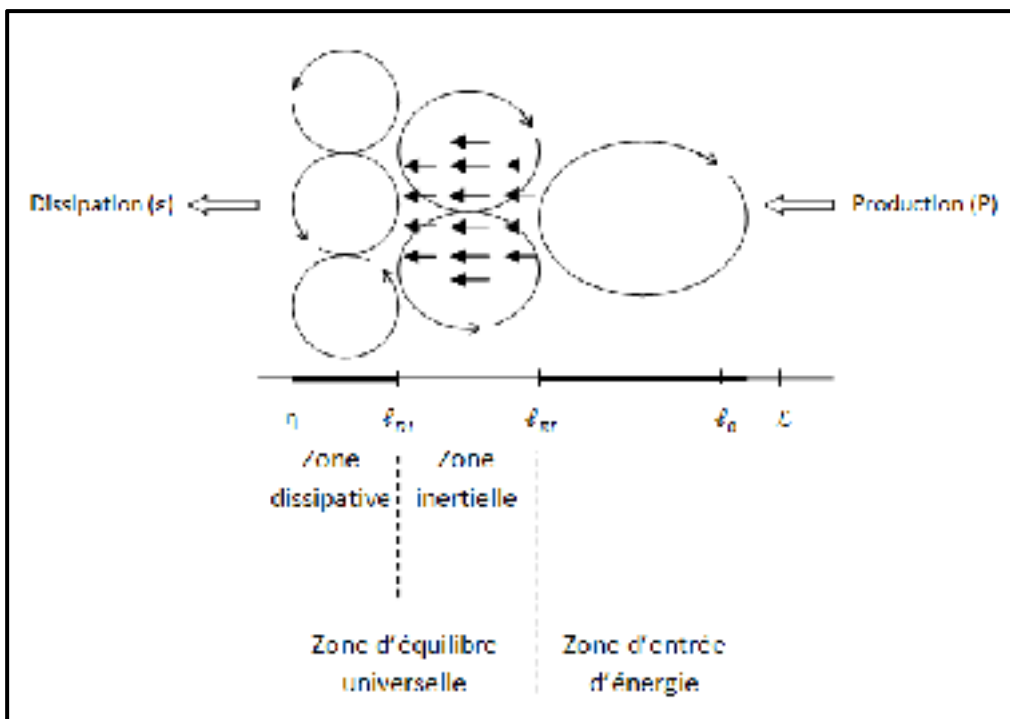


Figure 2.1 Représentation schématique de la cascade d'énergie en fonction des échelles de grandeur de tourbillons



De ces hypothèses et en cherchant à quantifier ce transfert énergétique, Kolmogorov en tira une observation intéressante sur le spectre de l'énergie cinétique de la zone inertielle lors d'écoulement à haut nombre de Reynolds. Si dans cette zone spectrale, la densité d'énergie ( $E$ ) ne dépend que du taux de dissipation ( $\varepsilon$ ) et du nombre d'onde ( $\kappa = 2\pi/\ell$ ), par le théorème Pi de Buckingham, on retrouve que (Pope, 2000) :

$$E(\kappa) = C\varepsilon^{2/3} \kappa^{-5/3} \quad (2.1)$$

En combinant l'information retrouvée à la figure 2.1 et à l'équation 2.1, une représentation générale de la variation de l'énergie cinétique en fonction de la taille des tourbillons est dorénavant accessible (*Voir figure 2.2*).

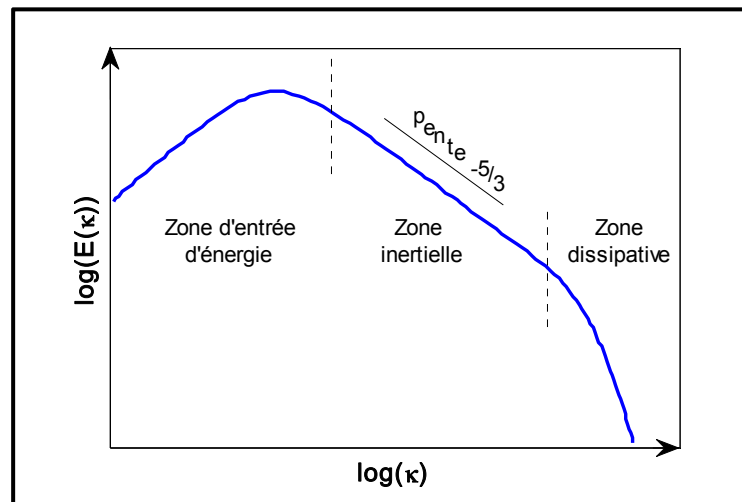


Figure 2.2 Représentation graphique sur une échelle logarithmique du spectre d'énergie cinétique d'un écoulement à haut nombre de Reynolds

Néanmoins, la réalité est que les plus petits tourbillons vont parfois se joindre à de plus gros pour en augmenter le contenu énergétique (de Villiers, 2006). Conséquemment, le transfert d'énergie cinétique turbulent ne se fait pas intégralement que dans un seul sens et donc (2.1) est une approximation.

### 2.3 Mesure de la turbulence

Puisque la turbulence est désordonnée et fait varier dans l'espace et dans le temps les quantités dynamiques d'un écoulement, Reynolds proposa de décomposer en partie moyenne et fluctuante les quantités locales. Par exemple, pour la vitesse, on obtient :

$$u_i = \bar{u}_i + u'_i \quad (2.2)$$

où  $\bar{u}_i$  et  $u'_i$  sont respectivement la moyenne temporelle et l'écart instantané vis-à-vis la moyenne des composantes de vitesse.

Ainsi, la fluctuation est un indicateur de la présence de turbulence lorsque les conditions d'écoulement sont stationnaires.

Le produit de ces fluctuations, sous sa forme moyennée, apparaît lorsqu'on applique la décomposition de Reynolds à l'équation de la conservation de la quantité de mouvement de Navier-Stokes. Cette covariance moyenne est une notion importante lorsqu'on étudie la turbulence. Elle est en quelque sorte la représentation mathématique de l'apparition d'une contrainte supplémentaire lorsqu'un écoulement se retrouve en régime turbulent. De là l'expression du tenseur des contraintes de Reynolds :

$$\rho \overline{u'_i u'_j} \quad (2.3)$$

L'énergie cinétique turbulente découle de cette notation. En écartant la masse volumique, la moitié de la trace de ce tenseur est utilisée pour quantifier le niveau de turbulence :

$$k = \frac{1}{2} (\overline{u'_i u'_i}) \quad (2.4)$$

Notons que la moyenne pratiquée pour construire ces statistiques peut, selon les conditions, être temporelle ou spatiale. La moyenne spatiale étant significative lorsque la turbulence est considérée homogène et stationnaire dans la région à l'étude. En fait, sous ces conditions, l'hypothèse d'ergodicité est plausible (Stull, 1988). Ainsi, effectuer une moyenne basée sur un processus temporel, aléatoire et permanent en utilisant un très grand nombre de réalisations indépendantes est similaire à accomplir cette moyenne avec une seule réalisation, mais sur une très grande période de temps.



## CHAPITRE 3

### SIMULATION DES GRANDES ÉCHELLES

#### 3.1 Simulation numérique

Le régime turbulent est composé d'éléments d'échelles spatiales de différentes tailles, variant d'un extrême à l'autre. Quoique celles plus petites puissent se limiter à quelques millimètres de diamètre, leur rôle n'en demeure pas moins important puisqu'elles sont responsables de la dissipation énergétique de l'écoulement. Lorsqu'une problématique d'écoulement turbulent nécessite une solution numérique par discrétisation de ses différentes équations gouvernantes, la capture de ces échelles est essentielle pour reproduire la physique de la turbulence. Cette discrétisation nécessite logiquement un découpage de l'espace sous forme de maillage, ce qui implique que la plus petite maille (parfois appelé cellule) devra être inférieure ou égale en dimension au plus petit tourbillon présent dans l'écoulement. Puisque le domaine de cette simulation devra aussi être suffisamment grand pour contenir les plus grandes échelles, le nombre d'éléments du maillage serait approximativement de l'ordre du nombre de Reynolds de la simulation à la puissance  $9/4$  (Piomelli, 2001). En conditions atmosphériques, cela représente un nombre de mailles bien au-delà de la puissance de calcul informatique disponible à court et moyen terme.

Pour parer à cette limitation de calcul, deux familles de solution sont disponibles. L'une emprunte le chemin du réaménagement des équations de Navier-Stokes sous une forme moyennée temporellement (*Reynolds Averaged Navier-Stokes* ou RANS) alors que l'autre combine modélisation et résolution des diverses échelles de tourbillons. La première méthode a fait ses preuves et est largement utilisée. Elle comporte néanmoins un désavantage significatif : elle ne résout que les champs moyens. Dans cette optique, l'investigation scientifique se retrouve limitée puisque les phénomènes instationnaires et la diversité des échelles de tourbillons sont absents de la solution. La deuxième méthode est, quant à elle, moins utilisée car elle nécessite de plus grandes ressources de calculs, parce que son approche est peu triviale et que certaines problématiques ne sont pas encore clairement

résolues. Néanmoins, son approche, consistant à modéliser par une hypothèse de fermeture les plus petits tourbillons réputés être plus isotropiques et indépendants des conditions limites et à résoudre les autres échelles par une solution explicite des équations de Navier-Stokes, semble prometteuse. Un compromis est ainsi possible puisque tout en conservant une majorité des différentes échelles temporelles et spatiales, le dimensionnement du maillage n'est plus limité à coïncider avec le plus petit tourbillon présent dans la solution. Le coût de calcul est alors fortement diminué. Cette méthode se nomme la LES.

### 3.2 Développement de la méthode LES

À l'aide d'une opération de filtrage, la méthode LES décompose les champs dynamiques en une valeur filtrée et une valeur sous-filtrée ou *sub-filter scale* (SFS) :

$$\vartheta = \tilde{\vartheta} + \vartheta_{SFS} \quad (3.1)$$

Lorsque le filtre est appliqué, par exemple, à l'équation de la conservation de la quantité de mouvement, une double corrélation apparaît (Pope, 2000):

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{u}_i \tilde{u}_j}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \nu \left( \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_i} \quad (3.2)$$

Cette quantité pose problème puisque sous cette forme, elle représente une inconnue supplémentaire qui ne possède pas d'équation comportementale propre. Pour parer à cette problématique, on réaménage l'équation :

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{u}_i \tilde{u}_j}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \nu \left( \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_i} - \left( \frac{\partial \tilde{u}_i \tilde{u}_j}{\partial x_j} - \frac{\partial \tilde{u}_i \tilde{u}_j}{\partial x_j} \right) \quad (3.3)$$

Par la suite, le dernier terme entre parenthèses provenant d'une différence de termes de même nature et supposant alors une influence réduite sur l'équation est modélisé.

### 3.3 Modélisation du tenseur des contraintes de sous-filtre applicable à la quantité de mouvement

Pour la quantité de mouvement, ce dernier terme est  $(\widetilde{u_i u_j} - \tilde{u}_i \tilde{u}_j)$  et il est souvent appelé tenseur de contraintes de sous-filtre  $(B_{ij})$ <sup>1</sup>. La LES ne propose pas de méthode exclusive pour modéliser le tenseur des contraintes sous-filtrées obtenu lors du filtrage. Par contre, la méthode courante se base sur le modèle général de viscosité tourbillonnaire de Boussinesq et sur une analogie avec l'hypothèse de longueur de mélange de Prandtl (Pope, 2000).

Le concept de viscosité tourbillonnaire applicable à la LES suppose que  $B_{ij}$  se divise en deux parties distinctes. La partie déviatorique du tenseur des contraintes de sous-filtre s'aligne sur la partie anisotropique du tenseur des taux de déformation filtré alors que les contraintes normales filtrées sont isotropiques et représentées via l'énergie cinétique de sous-filtre ( $k_{SFS}$ ) (Fureby et al., 1997) :

$$B_{ij} = B_{ij}^D + \frac{1}{3} B_{kk} \delta_{ij} \quad (3.4)$$

où

$$B_{ij}^D = -\nu_{SFS} \left( \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \quad (3.5)$$

et

$$B_{kk} = 2k_{SFS} \quad (3.6)$$

Un modèle estime la viscosité tourbillonnaire de sous-filtre ( $\nu_{SFS}$ ) afin d'approximer la dissipation énergétique des tourbillons écartés par le filtre. Pour ce faire, plusieurs approches de modélisation caractérisées par une longueur de mélange ( $l$ ) à optimiser sont proposées.

---

<sup>1</sup> On remarque que le mot contrainte est utilisé dans ce travail en incluant ou non la masse volumique.

Quant à  $k_{SFS}$ , son comportement est parfois modélisé par une équation pronostique qui lui est propre. En incompressible cependant, elle est généralement incluse à la pression et sa modélisation n'est alors pas essentielle à la résolution de (3.3) (Duprat, 2010). Dans ce cas, l'incrémentation de la pression cinématique filtrée par l'énergie cinétique turbulente est inconnue.

Ainsi, on retrouve l'équation de la conservation de la quantité de mouvement de Navier-Stokes filtrée fréquemment employée pour un fluide newtonien considéré incompressible :

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{u}_i \tilde{u}_j}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\nu + \nu_{SFS}) \left( \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] - \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\tilde{p}^d}{\bar{\rho}} + \frac{2}{3} k_{SFS} \right) \quad (3.7)$$

### 3.3.1 Modélisation du flux vectoriel de sous-filtre applicable au transport d'un traceur

Pour un traceur passif conservatif, la méthode est similaire. Après filtrage, il y a également apparition d'une double corrélation qui doit être traitée par une modélisation :

$$\frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{u}_j \tilde{\phi}}{\partial x_j} = \kappa_\phi \frac{\partial^2 \tilde{\phi}}{\partial x_j^2} - \frac{\partial B_{\phi j}}{\partial x_j} \quad (3.8)$$

où  $\kappa_\phi$  est le coefficient de diffusivité moléculaire du traceur  $\phi$  et  $B_{\phi j} = \widetilde{u_j \phi} - \tilde{u}_j \tilde{\phi}$ .

Le flux vectoriel du traceur sous-filtré est alors en relation avec la viscosité tourbillonnaire de sous-filtre en faisant intervenir un facteur de diffusivité, par exemple le nombre de Prandtl turbulent pour la température potentielle :

$$B_{\theta j} = -\frac{\nu_{SFS}}{Pr_t} \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial x_j} = -\kappa_{SFS} \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial x_j} \quad (3.9)$$



Cette relation, applicable au flux vectoriel de température potentielle sous-filtré, est parfois fixe ou ajustée dépendamment des conditions environnantes, de la problématique étudiée et des auteurs.

### 3.3.2 Filtre

Encore une fois, la LES ne se limite pas à l'utilisation d'un filtre en particulier, plusieurs possibilités existent. Une des méthodes employées est celle du filtrage implicite. Elle se base sur l'utilisation des dimensions de la maille pour dissiper localement l'énergie cinétique turbulente par l'entremise d'un ajout de viscosité tourbillonnaire associée aux petites échelles de tourbillons qui ne peuvent être résolues à cet endroit, c'est-à-dire celles qui ont en moyenne approximativement la longueur caractéristique d'une maille (*Voir figure 3.1*).

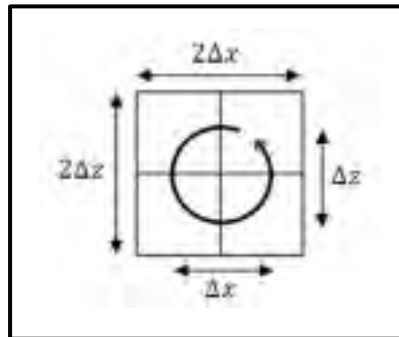


Figure 3.1 Représentation 2D du plus petit tourbillon moyen résolu par rapport au maillage

Cette longueur caractéristique est souvent proposée comme étant la racine cubique du volume de la maille et définit du même coup la longueur locale du filtre :

$$\Delta = \sqrt[3]{\Delta x \Delta y \Delta z} \quad (3.10)$$

Quoique certains inconvénients sont associés à ce type de filtrage (Gasset, à paraître), il n'en demeure pas moins que pour le milieu discret du volume fini sa présence est intrinsèque et que son usage historique mainte fois répété en fait un choix approprié.

### 3.4 Les modèles de sous-filtre

Afin de modéliser la partie sous-filtrée, plusieurs modèles plus ou moins raffinés sont disponibles. Ceux basés sur le concept de viscosité tourbillonnaire et compatibles avec le filtrage implicite sont généralement perçus comme étant relativement peu complexes, aux coûts de calculs abordables et ils sont assez bien documentés. Tous des caractéristiques qui sont préférables pour une première approche.

#### 3.4.1 Smagorinsky

Le modèle de base de viscosité tourbillonnaire sous-filtrée approximant le caractère dissipatif des petits tourbillons non résolus par la solution numérique et permettant de compléter (3.7) est fonction d'une longueur de mélange et du tenseur des taux de déformation filtrés (Smagorinsky, 1963) :

$$\nu_{SFS} = l^2 \sqrt{2\tilde{S}_{ij}\tilde{S}_{ij}} \quad (3.11)$$

où  $l$  est proportionnelle à la dimension du filtre multiplié par un facteur à ajuster appelé constante de Smagorinsky ( $C_s$ ) :

$$l = C_s \Delta \quad (3.12)$$

Ce modèle suppose que les petites échelles se comportent similairement et qu'elles dissipent instantanément toute l'énergie qu'elles reçoivent des plus grandes échelles. En supposant cet

équilibre local entre la production et la dissipation de l'énergie, aucune équation de transport de l'énergie cinétique turbulente de sous-filtre est nécessaire.

Sa simplicité comporte néanmoins des aspects négatifs puisqu'une constante généralisée représenterait mal l'évolution de la turbulence en tout point dans un écoulement soumis à une variété de conditions. Le modèle est ainsi incapable de distinguer le régime laminaire ou transitoire du régime turbulent. De plus, il est souvent rapporté qu'en région à fort gradient de vitesse, le modèle surestime la dissipation tourbillonnaire. Près d'une paroi, certains auteurs proposent une correction pour diminuer l'intensité de la constante (Mason et Brown, 1999; van Driest, 1956). Néanmoins, l'utilisation du modèle Smagorinsky est encore aujourd'hui fréquemment observée dans la littérature (Brasseur et Wei, 2010; Chow et al., 2005; Fureby et al., 1997; Porté-Agel, Meneveau et Parlange, 2000) principalement comme modèle étalon.

### **3.5      Domaine de simulation**

Puisque la LES résout les plus grandes échelles, le caractère instationnaire de ces échelles et l'importance qu'elles ont sur le comportement dynamique de l'écoulement suppose que le domaine de simulation doit être suffisamment volumineux pour contenir leur variété de dimensions spatiales. Par exemple, lorsque des conditions frontières périodiques sont utilisées, les dimensions du domaine doivent être au minimum, aussi grand que la taille de la plus grande structure présente dans l'écoulement (Piomelli, 2001). En tronquer le contenu en altère la solution (Churchfield, Li et Moriarty, 2011). Cela s'observe notamment par une absence de l'extrémum de densité spectrale d'énergie cinétique caractéristique de la zone d'entrée d'énergie (*Voir figure 2.2*).

### **3.6      Maillage**

La documentation sur la LES observée omet souvent de donner des directives claires sur la construction d'un maillage adéquat. Toutefois, l'emploi de mailles orthogonales lors de l'utilisation d'un filtrage implicite et d'un modèle de viscosité tourbillonnaire semble le plus

courant. De plus, certains auteurs (Drobinski et al., 2007; Wood, 2000) préfèrent un maillage s'approchant de l'isotropie pour probablement éviter un écart entre la définition de la longueur caractéristique du filtre associée à la maille (*Voir* équation 3.10) et les dimensions individuelles des mailles. Cependant, d'autres auteurs ne respectent pas cette approche (Andren et al., 1994; Brasseur et Wei, 2010; Moeng et Sullivan, 1994). Aussi, à tout le moins pour un filtrage implicite, il est préférable d'utiliser un maillage uniforme afin de respecter la commutativité du filtre qui se partage la longueur caractéristique de mailles avec ses voisins adjacents (*Voir* figure 3.1).

Ensuite, comme le maillage agit toujours comme un filtre reliant la solution continue à la solution discrète, le volume qu'occupe chacune des cellules est tout indiqué pour ajouter de la dissipation visqueuse associée aux petits tourbillons qui échappe à la résolution. Conséquemment, il ne peut être d'une dimension équivalente aux tourbillons où l'énergie cinétique est majoritairement emmagasinée (zone d'entrée d'énergie). Pour obtenir des résultats pertinents, la maille doit donc être d'une longueur caractéristique inférieure à la longueur d'échelle  $\ell_{EI}$  (Pope, 2000). Habituellement estimée, la qualité du maillage est évaluée en partie après simulation en comparant le spectre d'énergie avec celui proposé par Kolmogorov. Loin des frontières rigides et sans glissement (*no slip*), une relation où le spectre d'énergie cinétique vérifie une pente de  $-5/3$  (*Voir* figure 2.2) est généralement une indication que la longueur du filtre a permis de résoudre jusqu'à la zone inertielle (Churchfield et al., 2010).

Finalement, comme pour toute simulation d'écoulement turbulent, une quantité suffisante de mailles doit se retrouver dans la sous-couche visqueuse afin de capturer le comportement de cette zone (*Voir* Annexe I pour une description du comportement moyen des écoulements turbulents proche-paroi). Advenant que cela demande une résolution excessive en termes de coût de calculs et que la géométrie des frontières laisse présager un écoulement parallèle à ceux-ci, une loi de paroi est nécessaire pour y suppléer.

### 3.7 Lois de paroi

Un fluide s'écoulant parallèlement à une paroi comporte généralement une couche délimitée où le profil de vitesse moyen est logarithmique, appelé couche inertielle (ou couche de surface pour un écoulement atmosphérique). Il est alors possible d'établir une condition frontière qui force l'écoulement proche-paroi à atteindre cette zone et ainsi éviter de résoudre ce qui se passe dessous.

Pour ce faire, la plupart des lois de paroi pour la LES ont comme concept commun d'imposer une contrainte de cisaillement<sup>2</sup> à la paroi qui correspondrait à celle attendue si le maillage était suffisamment fin pour résoudre la sous-couche visqueuse. Ce cisaillement, lié algébriquement avec le profil logarithmique moyen de vitesse, force l'écoulement à atteindre la vitesse moyenne espérée dans cette couche inertielle.

Bien que la vitesse moyenne soit atteinte par cet ajout numérique « artificiel », les statistiques secondaires telles que les fluctuations en région proche-paroi ne sont pas représentatives d'un écoulement réel puisque la vitesse à cet endroit est basée sur une loi moyenne alors que l'écoulement est résolu de façon instationnaire (Churchfield, Li et Moriarty, 2011). Des récents travaux ont été faits à ce sujet afin de proposer une loi de paroi davantage en phase avec l'instationnarité de l'écoulement proche-paroi (Churchfield, 2011).

### 3.8 Nombre de Courant

Lors de simulations numériques instationnaires, l'avancement temporel de la solution se faisant par pas de temps ( $\Delta t$ ), l'intervalle entre ceux-ci doit nécessairement être contrôlé afin d'en respecter la physique. Puisque ce pas de temps est logiquement dépendant et de l'écoulement de par sa vitesse et de par la distance du maillage nécessaire à la discrétisation

---

<sup>2</sup> Un certain imbroglio de terminologie entre ingénieurs et météorologues à propos du mot « cisaillement » peut embrouiller le lecteur. Dans le cadre de ce travail, le cisaillement fait référence à une contrainte et non au gradient vertical de vitesse.

spatiale des équations gouvernantes, une relation adimensionnelle qui apparaît dans l'analyse de stabilité temporelle de la discrétisation du problème traité existe (Ferziger et Peric, 1996) :

$$CFL = \Delta t * \max\left(\frac{|u|}{\Delta x}, \frac{|v|}{\Delta y}, \frac{|w|}{\Delta z}\right) \quad (3.13)$$

Pour une simulation LES, il est admis qu'un nombre de Courant (CFL) inférieur à un est généralement stable numériquement en présence d'un schéma de dérivée temporelle explicite (Bechmann, 2006). Cela implique que les quantités transportées par l'écoulement ne peuvent traverser plus d'une cellule par pas de temps. Néanmoins, pour une question de précision des résultats, des auteurs utilisant des codes LES à schéma eulérien (implicite ou explicite) travaillent avec une valeur qui se situe autour de 0,25 (Bechmann, 2006; Churchfield et al., 2010; Mason et Derbyshire, 1990).

## CHAPITRE 4

### SIMULATION DES GRANDES ÉCHELLES APPLICABLE À LA COUCHE LIMITE ATMOSPHERIQUE NEUTRE EN TERRAIN PLAT

Du fait de son état transitoire et turbulent, la simulation de la CLA est un cas particulier qui se prête bien à la LES. Pour le moment, la majorité des travaux utilisant cette méthode semble se limiter à des terrains plats ou légèrement complexes puisque sans loi de paroi le coût de calcul est encore inabordable (Crasto, 2007). Malgré tout, encore aujourd'hui, la simulation LES en terrain plat comporte certains défis.

#### 4.1 Équations filtrées gouvernantes pour la CLA

En premier lieu, un aperçu des équations filtrées gouvernantes pour la CLA est tout indiqué. D'abord, un gradient horizontal de pression constant correspondant au vent géostrophique désiré est la façon privilégiée (Brasseur et Wei, 2010; Churchfield et al., 2010; Gasset, à paraître; Mason et Thomson, 1987; Moeng et Sullivan, 1994) pour maintenir temporellement l'écoulement du vent d'atmosphère libre selon :

$$f_{c_3} u_g = - \left\langle \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial p}{\partial y} \right\rangle \quad (4.1)$$

et

$$f_{c_3} v_g = \left\langle \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial p}{\partial x} \right\rangle \quad (4.2)$$

où  $f_{c_3}$  correspond à la troisième composante du paramètre de Coriolis, l'indice  $g$  signifiant géostrophique et  $\langle \rangle$  une moyenne spatiale. Ensuite, il est couramment observé (Churchfield, 2011; Gray et al., 2001; Porté-Agel et al., 2011) et préférable (Ferziger et Peric, 1996) de soustraire la composante hydrostatique du gradient vertical de pression, c'est-à-dire :

$$\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial p}{\partial z} = g_3 + \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial p^d}{\partial z} \quad (4.3)$$

Puis, en utilisant ces définitions, celle de (1.3) et (1.4), en conservant la philosophie de filtrage derrière (3.7) et en réarrangeant, les équations finales de continuité et de conservation de la quantité de mouvement deviennent respectivement :

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (4.4)$$

et

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t} + \tilde{u}_j \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} = & \left( -\frac{\tilde{\theta}'}{\langle \tilde{\theta} \rangle} \right) g_i + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \nu_{eff} \left( \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] + f_{c_j} \epsilon_{ijk} \tilde{u}_k \\ & - \left\langle \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial p}{\partial x_i} \right\rangle - \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\tilde{p}^d}{\bar{\rho}} + \frac{2}{3} k_{SFS} \right) \end{aligned} \quad (4.5)$$

où nous avons regroupé les coefficients de diffusivité moléculaire et sous-filtré sous un même paramètre (nommé *eff*).

Alors que celle pour la conservation de la température potentielle est :

$$\frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial t} + \tilde{u}_j \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \kappa_{eff} \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial x_j} \right] \quad (4.6)$$

Notons que de par l'utilisation d'une loi de paroi et la forte prédominance des forces inertielles sur les forces visqueuses, la viscosité moléculaire et la diffusivité thermique moléculaire sont négligeables pour une LES de CLA.

## 4.2 Corrections du modèle de sous-filtre et du nombre de Prandtl turbulent

Pour tenir compte de la stratification thermique qui influe sur le niveau de turbulence de l'écoulement dans une CLA, le modèle de sous-filtre et le nombre de Prandtl turbulent sont



ajustés pour tenir compte de la variation verticale de la température potentielle. De plus, comme mentionné précédemment, certains auteurs proposent de corriger la longueur d'échelle proche-paroi de certains modèles de sous-filtre.

#### 4.2.1 Ajustement de la longueur de mélange et du nombre de Prandtl turbulent en fonction de la stratification thermique

Pour le modèle Smagorinsky, le Met Office propose (Gray et al., 2001) d'indexer la longueur de mélange et le nombre de Prandtl turbulent en fonction du nombre local de Richardson gradient ( $Ri$ ) selon un facteur évolutif. La viscosité tourbillonnaire et la diffusivité thermique sous-filtrée se définissent alors respectivement selon :

$$\nu_{SFS} = l^2 f_m \sqrt{2\tilde{S}_{ij}\tilde{S}_{ij}} \quad (4.7)$$

et

$$\kappa_{SFS} = \frac{\nu_{SFS}}{Pr_t} = \nu_{SFS} * f_h / f_m \quad (4.8)$$

En condition instable ( $\partial_3\theta < 0$ ) ou neutre ( $\partial_3\theta = 0$ ), les facteurs sont :

$$f_m = \sqrt{1 - cRi} \quad (4.9)$$

et

$$f_h = 1,43\sqrt{1 - bRi} \quad (4.10)$$

où

$$Ri = \frac{|g_3|}{\tilde{\theta}} \frac{\frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial z}}{2\tilde{S}_{ij}\tilde{S}_{ij}} \quad (4.11)$$

Les constantes  $b$  et  $c$  proposées peuvent être de deux configurations différentes, soit  $b = 40$  et  $c = 16$  ou  $b = c = 1.43$ . La première configuration se base sur une campagne de mesure de

la couche de surface (Kansas, 1968), alors que la deuxième est décrite comme plus proche des fonctions de stabilité conventionnelles. Par défaut, le Met Office privilégie la première configuration rapportée comme proposant de meilleurs résultats spectraux (Mason et Brown, 1999).

Puis, en condition stable ( $\partial_3\theta > 0$ ), les facteurs se définissent différemment :

$$f_m = \left(1 - \frac{Ri}{Rc}\right)^4 \quad (4.12)$$

et

$$f_h = 1,43 \left(1 - \frac{Ri}{Rc}\right)^4 (1 - 1,2Ri) \quad (4.13)$$

Finalement, lorsque  $Ri$  est supérieur au nombre de Richardson gradient critique ( $Rc = 0,25$ ), les facteurs  $f_m$  et  $f_h$  sont tous deux nuls de même que la turbulence sous-filtre. À cet égard, il est intéressant d'observer l'influence de la stabilité locale sur la viscosité tourbillonnaire et la diffusivité thermique en fonction des constantes sélectionnées (*Voir* figure 4.1).

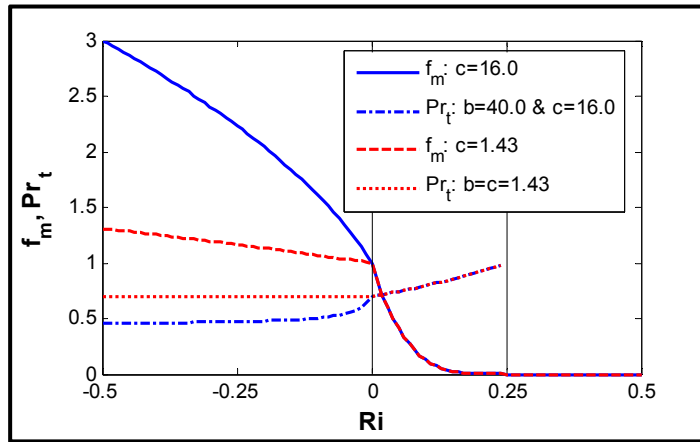


Figure 4.1 Variation des facteurs ajustant la longueur de mélange et du nombre Prandtl turbulent du Met Office en fonction de  $Ri$  et des constantes  $b$  et  $c$  proposées

Il en résulte que la différence se limite aux conditions instables où les flux sous-filtrés sont nettement dopés avec la configuration par défaut en comparaison avec celle conventionnelle.

Puisque la méthode est à la fois compatible avec le modèle Smagorinsky, simple à implémenter et qu'elle a fait ses preuves (Gasset, à paraître; Mason et Brown, 1999), elle est celle privilégiée dans ce travail.

#### **4.2.2 Ajustement de la longueur de mélange en proximité de paroi du modèle Smagorinsky**

Pour corriger le modèle Smagorinsky en proximité de paroi, le Met Office propose également (Gray et al., 2001; Mason et Brown, 1999) une fonction d'amortissement de la longueur de mélange pour qu'essentiellement celle-ci soit davantage fonction de  $\kappa(z+z_0)$  proche-paroi et que graduellement elle retrouve  $C_s \Delta$  à mesure que l'on s'éloigne de la paroi selon une constante de couplage  $n$  à ajuster. Cette fonction se définit selon :

$$\frac{1}{l^n} = \frac{1}{(C_s \Delta)^n} + \frac{1}{(\kappa(z + z_0))^n} \quad (4.14)$$

Puisque la nécessité d'une telle fonction est parfois remise en question (Redelsperger, Mahé et Carlotti, 2001) et que, sans elle, on rapporte tout de même des résultats satisfaisants (Brasseur et Wei, 2010), elle est utilisée épisodiquement dans le cadre de ce travail sous le nom de modèle SmagorinskyMETO.

### **4.3 Domaine de simulation**

Étant donné que les plus gros tourbillons sont de grandeur équivalente à la hauteur de la CLA (Stull, 1988), le domaine doit avoir une hauteur supérieure ou équivalente à celle-ci.

Dans le cas d'une couche limite neutre, la littérature propose des dimensions qui diffèrent quelque peu selon les auteurs. Les domaines de  $(4000 \times 2000 \times 1500) \text{ m}^3$  et de  $(3000 \times 3000 \times 1000) \text{ m}^3$  ont été abondamment utilisés pour l'étude de la CLA neutre, respectivement sans température (Andren et al., 1994; Chow et al., 2005) et avec température potentielle où une couche d'inversion approximativement à mi-chemin de la hauteur du domaine était présente (Brasseur et Wei, 2010; Churchfield et al., 2010; Gasset, à paraître; Moeng et Sullivan, 1994).

#### **4.4 Conditions frontières**

La présence d'un terrain plat simplifie grandement les conditions frontières d'une LES pour une CLA. La simulation reste toute de même très influencée par ces conditions et elles nécessitent une attention particulière.

##### **4.4.1 Aux entrées et sorties**

En présence d'un terrain plat, la turbulence pour un plan donné peut être considérée comme homogène horizontalement (Wood, 2000). Ainsi, chacune des cellules appartenant à une hauteur discrète similaire peut être interprétée comme une réalisation indépendante. Il est alors possible et avantageux d'utiliser des conditions frontières périodiques d'entrées et de sorties, c'est-à-dire sur les quatre faces latérales du domaine. Cela permet d'avoir un domaine de simulation restreint qui peut atteindre un régime turbulent stationnaire sur une période relativement courte et qui génère tout de même des statistiques appropriées basées sur une moyenne spatiale.

##### **4.4.2 Au sol**

Puisqu'une LES de la CLA nécessiterait la modélisation et la résolution des échelles propres à la rugosité du terrain, une résolution sans loi de paroi demeurerait trop gourmande en ressources de calcul. Plusieurs lois, plus ou moins représentatives du comportement local par

distinction avec une moyenne de plan, existent. Notons celle de Schumann-Grötzbach (SG) (Stoll et Porté-Agel, 2006) et Moeng-Wei-Brasseur (MWB) (Churchfield, 2011), respectivement :

$$\tau_{i3,w}^{SG} = -\rho u_*^2 \frac{\tilde{u}_{i,p}}{\langle \tilde{U}_p \rangle} \quad (4.15)$$

et

$$\begin{aligned} \tau_{i3,w}^{MWB} = & -\rho u_*^2 \left( \frac{\langle \tilde{u}_{i,p} \rangle}{\langle \tilde{U}_p \rangle} \right. \\ & \left. + \beta \frac{(\tilde{U}_p - \langle \tilde{U}_p \rangle) \langle \tilde{u}_{i,p} \rangle + \langle \tilde{U}_p \rangle (\tilde{u}_{i,p} - \langle \tilde{u}_{i,p} \rangle)}{\sqrt{\langle (\tilde{U}_p - \langle \tilde{U}_p \rangle)^2 \rangle \langle \tilde{u}_{i,p} \rangle^2 + \langle \tilde{U}_p \rangle^2 \langle (\tilde{u}_{i,p} - \langle \tilde{u}_{i,p} \rangle)^2 \rangle}} \right) \end{aligned} \quad (4.16)$$

La seconde est plutôt récente. Elle est supposée corriger en partie le déficit de variances proche-paroi (Churchfield, Li et Moriarty, 2011) qu'une loi comme SG cause. Notons aussi qu'une version de SG où le cisaillement de paroi se base à la fois sur la vitesse de frottement et le module de vitesse local est fréquemment observée (Drobinski et al., 2007; Gasset, à paraître; Stoll et Porté-Agel, 2006).

Similairement, il existe des lois de paroi pour la température potentielle. Par contre, en condition neutre, le gradient vertical moyen de la température potentielle dans la couche de surface est censé être quasiment nul. Une température de paroi qui respecte cette condition est donc suffisante.

Quant à la pression, un gradient vertical correspondant au terme de flottabilité est la condition privilégiée. Dans les faits, cette condition ignore le terme de la divergence du tenseur des contraintes déviatoriques effectives à la paroi.

#### 4.4.3 Du haut

Pour limiter la croissance de la couche limite atmosphérique lors d'une simulation LES, il est fréquent d'observer (Brasseur et Wei, 2010; Churchfield et al., 2010; Deardorff, 1980; Gasset, à paraître; Mason et Brown, 1999; Moeng et Sullivan, 1994) l'imposition d'une inversion de température dans le domaine de simulation (*Voir* figure 4.2). L'astuce est alors de créer une barrière thermique que les parcelles d'air à température plus faible, situées dans la couche limite, ont peine à franchir de par leur flottabilité moindre (équivalent à une masse volumique plus élevée). L'avantage de cette approche est qu'une couche d'inversion de température existe également dans l'atmosphère (Stull, 1988) augmentant ainsi le réalisme des simulations, car les mouvements verticaux ne sont pas immobilisés entièrement comme une paroi lisse pourrait le faire. Conséquemment, la dynamique de l'écoulement présente à la limite supérieure de la CLA devrait avoir un comportement plus fidèle à la réalité.

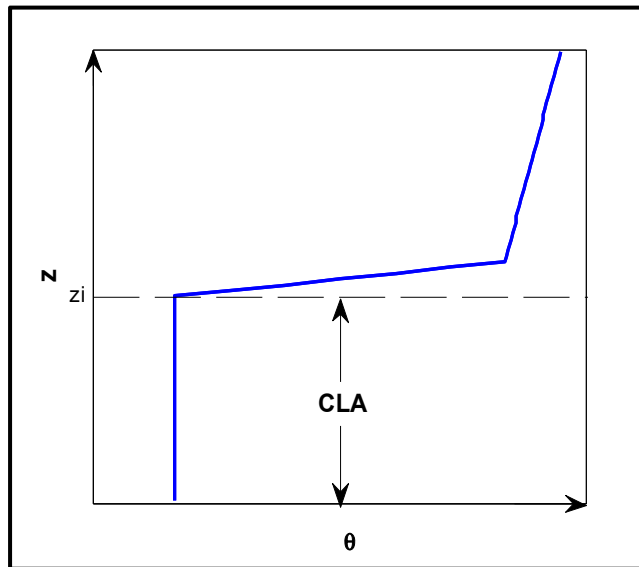


Figure 4.2 Exemple de profil de température potentielle avec inversion

La condition à la frontière supérieure serait alors d'imposer un gradient vertical de température potentielle fixe. Puisqu'au-dessus de la couche d'inversion se trouve l'atmosphère libre, une condition frontière de paroi sans frottement est appropriée.

Finalement, en solutionnant l'équation de la conservation de la quantité de mouvement à cette frontière tout en ignorant la force de Coriolis (nul si le vent géostrophique a été aligné selon  $x$ ), on retrouve un gradient de pression verticale équivalent au terme de flottabilité.

#### 4.5 Gradient vertical adimensionnel moyen de vitesse

Une problématique persistante est l'incapacité des simulations LES de la CLA de satisfaire à la fois le profil logarithmique moyen de vitesse et celui du gradient vertical adimensionnel moyen de vitesse qui est observé expérimentalement dans la couche de surface (*Voir* équations 1.1 et 1.2). La tendance est qu'il y a une surestimation de ces profils dans la couche de surface (*Voir* figure 4.3), introduisant d'emblée une erreur lors d'une éventuelle étude d'un parc éolien avec la LES.

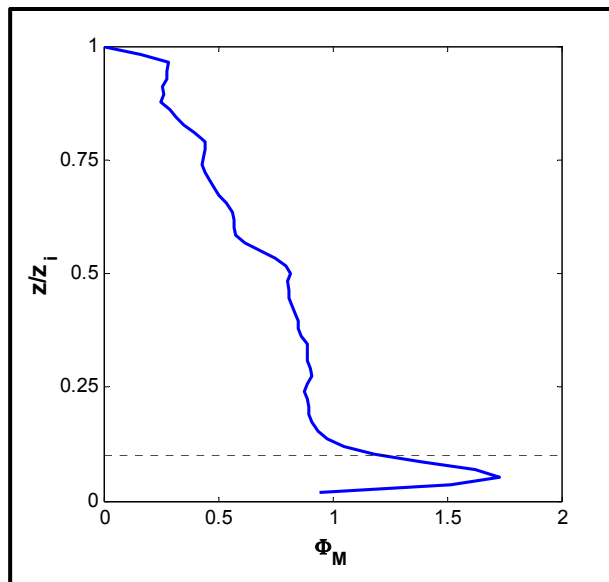


Figure 4.3 Exemple de la surestimation du gradient adimensionnel moyen de vitesse dans la couche de surface obtenu suite à une simulation LES de la CLA pratiquée lors de nos travaux de recherche

Certains auteurs (Brasseur et Wei, 2010) (nommé ci-après BW10) proposent une approche universelle où certains critères doivent être respectés. Pour y arriver, la constante du modèle

de sous-filtre et le maillage sont ajustés afin de supprimer en partie la surestimation de  $\Phi_M$  et de satisfaire la loi logarithmique de paroi dans la couche de surface.

#### 4.6 Zone de Haute Précision

Suite à une étude de plusieurs articles historiques qui traitent de la simulation LES pour la CLA, BW10 soulignent que ceux ayant obtenu un succès significatif dans la résolution de  $\Phi_M$  ont développé des méthodes ayant comme conséquence commune une diminution de la viscosité tourbillonnaire de sous-filtre près de la paroi (par exemple en utilisant (4.14)). Les auteurs remarquent également que la problématique est dépendante du maillage de par la sous-résolution de la solution proche-paroi et de par l'incapacité à obtenir une convergence de la solution lors d'un raffinement du maillage lorsque la surestimation de  $\Phi_M$  est présente. À ce sujet, ils font référence à une étude précédente (Khanna et Brasseur, 1997) qui conclut que lorsqu'il y a raffinement du maillage, l'intensité de la surestimation de  $\Phi_M$  demeure approximativement la même, mais qu'elle se rapproche du sol. À partir de ces indices, ils font deux observations et proposent trois critères à respecter.

##### 4.6.1 Première observation

Pour un écoulement turbulent en présence d'une paroi lisse (Exemple : en conduite), il existe une zone où l'augmentation du gradient vertical moyen adimensionnel de vitesse est bel et bien réelle. Naturellement, le pic de cette augmentation se situe à cheval sur la transition entre la dominance des contraintes visqueuses et celles turbulentes (*Voir* BW10). Cette augmentation est présente entre  $z^+ \approx 2,5$  et  $z^+ \approx 40-50$  (où  $z^+ = zu^*/\nu$ ). Ce faisant, une augmentation du nombre de Reynolds turbulent ( $Re_\tau = u_* z_i / \nu$ ) crée un rapprochement du pic vers la paroi. Une approche numérique permet de constater que ce pic se retrouve autour de 10 fois l'échelle visqueuse  $l_v$  (où  $l_v = \nu/u_*$ ).

Une analogie avec les écoulements turbulents où la résolution proche-paroi ne permet pas de résoudre la couche visqueuse, telle une simulation LES avec l'utilisation d'une loi de paroi,



est possible. En présence d'un écoulement à fort gradient vertical près de la paroi, une approche analytique permet de constater que si les contraintes turbulentes moyennes ( $\overline{\rho \tilde{u}_i \tilde{u}_j}$ ) près de la paroi sont faibles par rapport aux contraintes totales à la paroi ( $\rho u_*^2$ ), une augmentation du gradient de vitesse est systématique. Cette augmentation est indésirable puisqu'elle diffère avec la loi logarithmique. Elle est d'ordre numérique et elle est causée par la nature frictionnelle du modèle de sous-filtre et de toutes autres dissipations supplémentaires ajoutées par l'algorithme de résolution. En redéfinissant  $z^+$  avec une viscosité tourbillonnaire similaire à celle sous-filtrée proche-paroi (indice  $p$ ) afin de soustraire le caractère frictionnel du modèle, on obtient (Churchfield, 2011) avec :

$$v_{LES} = \frac{\sqrt{\langle B_{13}^D \rangle_p^2 + \langle B_{23}^D \rangle_p^2}}{\sqrt{\langle \frac{\partial \tilde{u}}{\partial z} \rangle_p^2 + \langle \frac{\partial \tilde{v}}{\partial z} \rangle_p^2}}, \quad (4.17)$$

une nouvelle définition :

$$z_{LES}^+ = \frac{z u_*}{v_{LES}} \quad (4.18)$$

De par cette définition, il a été observé que le début de cette surévaluation débute aussi à  $z_{LES}^+ \approx 2,5$ , que son pic est à cheval sur, cette fois-ci, le croisement entre les contraintes turbulentes de sous-filtres et celles résolues et qu'elle est également positionnée à 10 fois l'échelle visqueuse de sous-filtre  $l_{v_{LES}}$  (où  $l_{v_{LES}} = v_{LES}/u_*$ ). Les contraintes sous-filtrées semblent donc imiter celles visqueuses près de la paroi alors qu'une simulation qui possède une loi de paroi ne résout pas cette région.

#### 4.6.1.1 Premier critère

Afin d'éliminer la surestimation du gradient vertical de vitesse, il est requis d'augmenter l'influence proche-paroi de la partie résolue mesurable par le quotient (Churchfield, 2011) des flux verticaux de quantité de mouvement :

$$\mathfrak{R} \equiv \frac{\sqrt{\langle \tilde{u}'\tilde{w}' \rangle_p^2 + \langle \tilde{v}'\tilde{w}' \rangle_p^2}}{\sqrt{\langle B_{13}^D \rangle_p^2 + \langle B_{23}^D \rangle_p^2}} > \mathfrak{R}^* \quad (4.19)$$

où le numérateur et le dénominateur représentent le module des flux verticaux moyens des composantes horizontales de vitesse proche-parois respectivement résolus et sous-filtrés.

Le seuil  $\mathfrak{R}^*$  est évalué autour de 0,85, mais il est dépendant de l'algorithme utilisé étant donné qu'un ajout de dissipation numérique supplémentaire s'additionne en quelque sorte à la partie sous-filtrée.

À l'aide d'une approche analytique et d'observations statistiques, les auteurs en viennent à développer une relation qui permet de constater et de mesurer l'impact du rapport des longueurs des mailles (*aspect ratio*) ( $A_R$ ) et de la constante du modèle ( $C_s$  pour Smagorinsky) sur la partie filtrée et sous-filtrée près de la paroi. Après simplification, pour une simulation en condition neutre et utilisant un modèle Smagorinsky (*Voir* BW10 pour la version détaillée), on retrouve :

$$\mathfrak{R} = \frac{\xi_2 \kappa_p^2}{\xi_1 \xi_3 C_s^2 A_R^{4/3}} - 1 \quad (4.20)$$

où  $\kappa_p$  est la constante de von Kármán proche-paroi,  $\xi_I$  est une constante approximée à 1,05,  $\xi_2$  est approximé par  $\frac{N_{z_i}-1}{N_{z_i}}$  et  $\xi_3$  est représenté par le cosinus de l'angle séparant le vecteur du vent au niveau proche-paroi et le vent géostrophique.

#### 4.6.2 Deuxième observation

Pour qu'une couche inertielle se développe lors d'un écoulement turbulent (*Voir Annexe I*), un nombre de  $Re_\tau$  suffisamment élevé doit être atteint et ainsi permettre aux effets inertiels de surpasser les effets visqueux.

Puisque la friction numérique dans une LES semble aussi jouer un rôle dans la surestimation du gradient de vitesse, il doit y avoir un nombre de Reynolds minimum à atteindre qui permet d'obtenir le profil logarithmique près de la paroi pour qu'à nouveau, les effets inertiels surpassent les effets visqueux imités par le modèle de sous-filtre près de la paroi.

##### 4.6.2.1 Deuxième et troisième critères

Afin de permettre la prédiction de la loi logarithmique de vitesse, il est requis que les effets inertiels surpassent les effets visqueux selon :

$$Re_{LES} \equiv \frac{u_* z_i}{\nu_{LES}} > Re_{LES}^* \quad (4.21)$$

Le seuil  $Re_{LES}^*$  est évalué à 350 mais comme pour  $\mathfrak{R}^*$ , il est dépendant de la friction ajoutée par l'algorithme de résolution. Une relation entre  $Re_{LES}$  et  $\mathfrak{R}$  est possible et se traduit par :

$$Re_{LES} = \frac{N_{z_i}}{\xi_2 \kappa_p} (\mathfrak{R} + 1) \quad (4.22)$$

De plus, comme toutes régions aux comportements singuliers, le maillage doit être suffisamment raffiné afin de capturer adéquatement ces particularités. Suite à une investigation numérique, les auteurs (BW10) conviennent qu'un peu moins d'une dizaine de mailles à la verticale sont suffisantes pour représenter la couche inertielle. Puisque cette couche est l'équivalent de la couche de surface pour les écoulements atmosphériques et que celle-ci représente de 10 à 20 % de la CLA totale, le nombre minimal de mailles verticales totales recommandées dans la CLA pour un maillage à hauteur uniforme est alors supérieur à :

$$N_{zi}^* > 45 \sim 50 \quad (4.23)$$

#### 4.6.3 Analyse des trois critères

Sachant maintenant que la dimension verticale maximale de la maille est limitée en fonction de la hauteur de la CLA, une intéressante relation peut être observée. En réarrangeant (4.21) et (4.22) pour y incorporer l'échelle visqueuse de sous-filtre (*Voir* sous-section 4.6.1) et en respectant le premier critère, on obtient pour la rangée de mailles proche-paroi :

$$l_{vLES} < 0,2\Delta z \quad (4.24)$$

Rappelons que cette échelle est fonction d'une viscosité frictionnelle qui s'apparente à la viscosité tourbillonnaire de sous-filtre. Ainsi, il est inapproprié d'interpréter que (4.24) suppose qu'un raffinement vertical important peut être problématique. Dans les faits, une augmentation de la résolution mène à une diminution de l'échelle visqueuse de sous-filtre puisque celle-ci est liée à  $\Delta$ . Par exemple, en estimant grossièrement cette échelle à l'aide du modèle Smagorinsky et la similarité de Monin-Obukhov, (4.24) est indépendante de  $\Delta z$  sous un raffinement qui conserve le même ratio d'étirement des mailles.

Cela illustre plutôt que les deux premiers critères ont comme mandat d'enfoncer l'indésirable échelle visqueuse de sous-filtre loin à l'intérieur de la première maille. Quant au troisième

critère, il contribue à ce que cette maille soit qu'une partie minimale de la couche de surface. Dans les deux cas, le maillage est conçu de telle sorte qu'il empêche la solution de venir créer une surestimation et d'altérer la loi logarithmique dans la couche de surface.

#### 4.6.4 L'espace de l'ensemble des paramètres

Les deux premiers critères émanant d'une analyse somme toute approximative mêlant relations empiriques et constantes dépendantes de l'algorithme de résolution utilisée par les auteurs (*Voir* BW10), il est a priori hasardeux de prédire analytiquement la configuration requise. L'interdépendance des trois critères suppose également que, pour une résolution verticale donnée, les valeurs critiques de  $\mathfrak{R}$  et  $Re_{LES}$  varient selon une pente définie (*Voir* équation 4.22). Ainsi, les auteurs proposent un espace à deux dimensions où l'ensemble des critères est incorporé (*Voir* figure 4.4) afin de visualiser la méthodologie à suivre pour se situer dans la Zone de Haute Précision (*High Accuracy Zone* ou HAZ) où la simulation LES permet une solution moyenne sans surestimation du gradient de vitesse et de retrouver le profil logarithmique correspondant à la similarité.

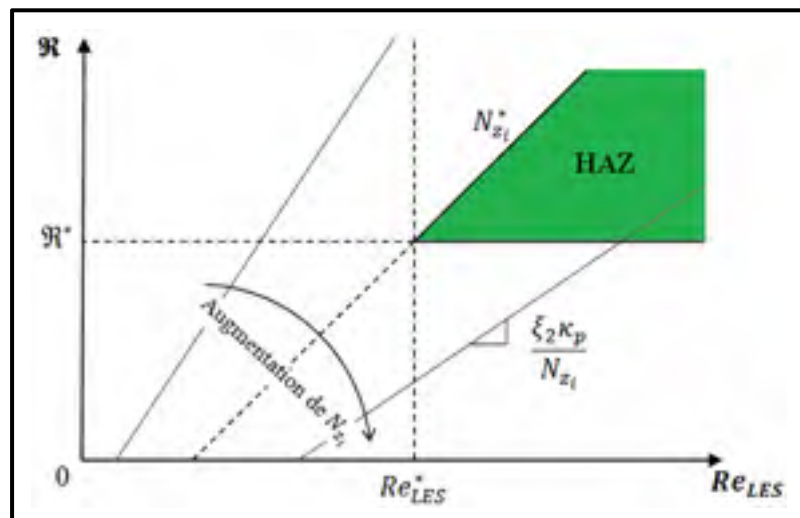


Figure 4.4 Schéma de l'espace de l'ensemble des paramètres

L'équivalent de la représentation schématique suppose la méthodologie suivante :

1. Choisir une résolution verticale dans la CLA supérieure à 45 mailles;
2. Au fil des simulations-essais, ajustez le rapport des longueurs de mailles et la constante du modèle afin d'amener la simulation selon sa pente correspondante, en s'assurant qu'au minimum celle-ci soit inférieure à  $\sim 0,4/45 (\kappa_p/N_{z_i}^*)$ , jusque dans le HAZ.

## 4.7 Statistiques

Comme mentionné précédemment (*Voir* sous-section 4.4.1), lorsque stationnaire, l'écoulement turbulent sur terrain plat peut être considérée homogène pour les directions parallèles à celui-ci. Ainsi, il est possible d'utiliser des expressions statistiques à partir de moyennes spatiales. L'avantage est substantiel puisqu'une moyenne pour chaque pas de temps est disponible. Par conséquent, cela permet de visualiser en temps réel, c'est-à-dire durant le traitement de la simulation, l'évolution des expressions statistiques nécessitant une valeur moyenne en plus d'offrir la possibilité de conserver seulement celles moyennées horizontalement pour chaque itération temporelle. Donc, beaucoup moins d'espace mémoire pour le stockage des statistiques est nécessaire.

Par exemple, le calcul de la variance filtrée moyenne en fonction de la hauteur  $z$  et du temps  $t$  se fait selon :

$$\langle \tilde{u}_i'^2 \rangle(z, t) = \langle (\tilde{u}_i(x, y, z, t) - \langle \tilde{u}_i \rangle(z, t))^2 \rangle(z, t) \quad (4.25)$$

On perçoit que la taille de l'ensemble des valeurs de chaque expression moyennée spatialement pour chacun des pas de temps à conserver se limite au nombre de cellules verticales sans compromettre l'intégrité des statistiques recueillies.

Par la suite, à partir du moment ( $t_0$ ) où la convergence de l'évolution temporelle est jugée suffisante, les expressions moyennées horizontalement sont accumulées afin d'obtenir des valeurs moyennées temporellement en post-traitement selon :

$$\overline{\langle \tilde{u}_i'^2 \rangle}(z) = \frac{1}{|\{t \in t_0 \leq \psi \Delta t \leq t_f\}|} \sum_{t=t_0}^{t_f} \langle \tilde{u}_i'^2 \rangle(z, t) \quad (4.26)$$

où  $\psi$  correspond à un multiple réel qui détermine le pas d'échantillonnage spatial en fonction du pas de temps de la simulation et  $t_f$  le temps final à laquelle la moyenne se termine. Idéalement, le moment à partir duquel on débute cette accumulation est lorsque l'écoulement a atteint un régime permanent (RP).

Comme tout écoulement turbulent instationnaire sous conditions frontières établies et domaine uniforme, la solution temporelle d'un écoulement de CLA se développe pour atteindre un régime où l'énergie cinétique turbulente moyenne plafonne. Par contre, puisqu'elle est également soumise à l'accélération de Coriolis, l'évolution de la solution est de plus assujettie à une oscillation inertielle qui aura comme effet de faire osciller la vitesse autour de son profil moyen exact (Andren et al., 1994). Cette oscillation sera amortie progressivement par la viscosité effective jusqu'à devenir négligeable avec le temps. C'est à partir de ce moment que la simulation d'une CLA atteint le RP.

À moins d'avis contraire, les différents profils instationnaires et moyens exposés dans ce travail sont respectivement conformes aux expressions (4.25) et (4.26). Lorsque jugé nécessaire des précisions sont apportées.





## CHAPITRE 5

### OPENFOAM

OpenFOAM est un ensemble de bibliothèques C++ à code source libre qui permet de créer des exécutables afin de résoudre des problèmes de mécanique des milieux continus et de manipuler les données qui s'y rattachent. De base, ce progiciel vient avec de nombreuses applications opérationnelles principalement conçues pour résoudre des équations de la mécanique des fluides selon la méthode des volumes finis. Le principal avantage d'OpenFOAM réside dans sa programmation orientée objet. Cela permet à la syntaxe du code d'imiter la notation mathématique conventionnelle des tenseurs et des équations différentielles partielles et à l'utilisateur de ne pas avoir à se soucier de la discrétisation des différents opérateurs mathématiques lorsqu'il désire modifier ou ajouter des modèles de résolution. Les inconvénients principaux sont la faible documentation sur son contenu et sur son fonctionnement ainsi que la difficulté d'obtenir des solutions de contrôles.

Les versions d'OpenFOAM avec lesquelles le travail a été effectué sont 1.6 et 1.7. Quoique ces versions possèdent les bibliothèques pour résoudre une LES classique (*Voir* équation 3.7) avec différents modèles de sous-filtre dont Smagorinsky, aucun solveur ne discrétise les équations gouvernantes discutées à la section 4.1 et aucune loi de paroi n'est adaptée pour permettre des simulations LES en utilisant une longueur de rugosité tout en respectant le caractère bidirectionnel d'un écoulement. Une modification des bibliothèques existantes est donc nécessaire.

#### 5.1 Méthode de résolution

OpenFOAM utilise la méthode des volumes finis (OpenCFD, 2009) où l'organisation est colocalisée (*collocated arrangement*). Cela implique généralement que les dérivées spatiales des équations gouvernantes sont intégrées sur une maille selon le théorème de Gauss et que les champs physiques tensoriels sont pratiquement tous définis aux centres de ces volumes de contrôle. Pour permettre aux opérateurs différentiels proche-parois d'être complétés des

valeurs doivent être également prescrites aux faces des mailles qui bornent les frontières du domaine.

Par principe de conservation (à gauche) et en supposant une variation linéaire des champs physiques aux centroïdes des faces ( $A$ ) (à droite), le théorème de Gauss « linéarisé » évalue que :

$$\int_V \nabla \star \vartheta dV = \int_S dA \star \vartheta \approx \sum_{f_i} A \star \vartheta \quad (5.1)$$

où  $\star$  représente un produit tensoriel quelconque. Pour résoudre la dérivée partielle évaluée au centre de la maille, il est nécessaire d'estimer la valeur de  $\vartheta$  aux faces ( $f_i$ ) qui délimitent ce volume de contrôle ( $V$ ), car tous les champs dynamiques et physiques se trouvent aux centres des mailles (*Voir* figure 5.1). Dans le cas d'un maillage orthogonal, cette estimation est faite à l'aide d'une interpolation avec, au minimum, la cellule adjacente partageant la face en question.

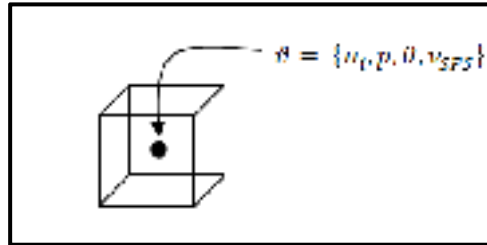


Figure 5.1 Représentation schématique d'une maille à schéma colocalisé

Puisque le terme de dissipation inclut une dérivée seconde, les équations de Navier-Stokes sont considérées comme étant de deuxième ordre. Afin de les résoudre avec suffisamment de précision, il convient d'avoir un ordre de discrétisation égale ou supérieur à deux (de Villiers, 2006). Conséquemment, il peut être suffisant d'estimer que les variables évoluent linéairement sur le volume entourant le centre des cellules (de Villiers, 2006). OpenFOAM

offre cette possibilité pour tous les opérateurs mathématiques requérant des valeurs aux faces.

Dans les faits, résoudre ponctuellement les diverses dérivées spatiales à l'aide du théorème de Gauss linéarisé est aussi une approximation de second degré. De plus, l'interpolation linéaire de type *Central Differencing* (CD) est la seule interpolation disponible pour l'opérateur divergence qui n'implique pas le terme convectif (OpenCFD, 2009). En ce sens, on doit s'attendre à ce qu'OpenFOAM offre une précision de deuxième ordre.

Mentionnons également qu'il est parfois offert de discrétiser les différents opérateurs mathématiques de manière implicite ou explicite. Or, pour certains opérateurs, la discrétisation explicite est l'unique choix disponible. La divergence excluant le terme convectif, le gradient et le rotationnel appartiennent à cette catégorie. Rappelons que l'approche implicite implique que le champ tensoriel sur lequel l'opérateur mathématique s'applique est obtenu de façon itérative lors de la résolution matricielle regroupant l'ensemble des équations gouvernantes à satisfaire pour chacune des mailles. La manière explicite repose quant à elle sur un champ de valeurs connues, généralement provenant du pas de temps précédent.

Pour des cas instationnaires, il est reconnu que de procéder par une résolution implicite est davantage robuste qu'une résolution explicite, mais au détriment d'un coût de calcul accru suite à un processus itératif plus important.

## **5.2      Traitement de la divergence du tenseur des contraintes déviatoriques effectives**

Puisque dans le cadre de ce travail la LES est utilisée, il est intéressant d'examiner que le calcul de la divergence du tenseur des contraintes déviatoriques effectives, soit une combinaison des contraintes déviatoriques sous-filtrées avec celles visqueuses, est effectué par OpenFOAM selon :

$$\frac{\partial B_{ij}^{D,eff}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( v_{eff} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( v_{eff} \left( \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} - \frac{1}{3} \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \right) \quad (5.2)$$

et nommé `divDevBeff`. Une première observation est que le premier terme du côté droit de l'équation, étant défini par OpenFOAM comme un opérateur laplacien sur  $\tilde{u}_i$ , est traité de manière implicite avec une viscosité effective provenant du pas de temps précédent. Le dernier terme est quant à lui une divergence et ne peut qu'être traité qu'explicitement. Cette façon de procéder permet à OpenFOAM de traiter indépendamment la résolution de l'équation de la conservation de la quantité de mouvement pour chaque composante de vitesse. D'ailleurs, la raison pour laquelle certains opérateurs mathématiques ne sont disponibles qu'exclusivement de façon explicite est justement d'éviter que les matrices de résolution de chaque composante de vitesse aient à communiquer ensemble de manière implicite.

Une deuxième observation est que malgré que le produit de la viscosité effective avec la transposée et le tiers de la trace du tenseur des taux de déformation soit calculé au centre des cellules, il n'est en réalité utilisé, après interpolation, qu'aux faces lors du calcul de la divergence des contraintes déviatoriques effectives. Rappelons que pour cet opérateur, l'interpolation ne peut être que linéaire. Quant au laplacien, il requiert que la viscosité effective soit interpolée aux faces. Pour être conséquent, il est préférable que cette interpolation soit également linéaire.

Une dernière observation est que les contraintes effectives ne sont pas des variables traitées par le solveur. Cela suppose que sous cette forme, l'option de prescrire directement une condition frontière de cisaillement est impossible. Le cisaillement de paroi est plutôt retrouvé par la combinaison de la viscosité effective et de la vitesse prescrite à la paroi.

### 5.3 Algorithme de résolution pour écoulement de fluide instationnaire avec l'approximation de flottabilité de Boussinesq

Puisqu'OpenFOAM propose une méthode de résolution découplée, un algorithme itératif est nécessaire pour coupler les équations gouvernantes des différents champs scalaires ( $u$ ,  $v$ ,  $w$ ,  $p$  et  $\theta$ ). L'examen du traitement séquentiel et temporel des équations de Navier-Stokes discrétisées de l'algorithme utilisé par le solveur de la version 1.6 d'OpenFOAM qui traite d'écoulement incompressible avec flottabilité par approximation de Boussinesq intitulé `buoyantBoussinesqPisoFoam` est alors particulièrement intéressant. Quoique ce solveur est de type RANS, il est instationnaire et se base sur l'algorithme PISO (*Pressure Implicit Splitting Operation*) (Issa, 1986) qu'OpenFOAM utilise aussi pour son solveur RANS/LES `pisoFoam`. La séquence des opérations est la suivante :

1. Initialisation du calcul pour le pas de temps suivant;
2. Calcul des diffusivités de sous-filtre associés au modèle de turbulence avec le champ de vitesse disponible;
3. Prédiction du champ de vitesse avec les flux, la flottabilité et la pression disponibles;
4. Prédiction du champ de température potentielle avec les flux disponibles et mise à jour du terme de flottabilité;
5. Passage au travers des boucles de correction pression-vitesse (boucle PISO). Après cette étape, la conservation de la quantité de mouvement et la continuité sont satisfaites et un nouveau champ conservatif des flux de quantité de mouvement est obtenu;
6. Si le temps final recherché n'est pas atteint, retour à l'étape #1.

On remarque que le champ de température potentielle n'est prédit qu'une seule fois et qu'il n'est en aucun temps corrigé. Pourtant, pour les écoulements mus par la flottabilité, la littérature (Jasak, 1996; Oliveira et Issa, 2001) conseille une étape de correction de la température à l'intérieur de la boucle PISO. Possiblement que l'algorithme de `buoyantBoussinesqPisoFoam` est pertinent pour des cas où le couplage entre le duo vitesse-pression et la température potentielle est faible.

## CHAPITRE 6

### MODÈLES NUMÉRIQUES

#### 6.1 Solveur LESforABL

Le solveur LESforABL est un exécutable tiré d'une adaptation personnelle d'un solveur LES incompressible déjà existant dans OpenFOAM 1.7 et inspiré en partie du solveur développé au *National Renewable Energy Laboratory* (NREL) (Churchfield, 2011). Il suit la philosophie de programmation orientée objet et il est compatible avec les bibliothèques appropriées qu'OpenFOAM 1.6 et 1.7 offrent. Son comportement dynamique est celui décrit par (4.4) à (4.6) où seule la diffusivité thermique moléculaire est négligée.

Ce solveur emprunte l'algorithme de résolution PISO à laquelle une modification a été apportée pour satisfaire les équations de continuité, de la conservation de la quantité de mouvement et de la conservation de la température potentielle. Pour y parvenir, la viscosité tourbillonnaire de sous-filtre utilisée est celle du pas de temps précédent.

Le solveur LES est applicable pour les écoulements incompressibles avec flottabilité. Certaines modifications pour le rendre conciliable avec une résolution de CLA ont été implémentées. En plus des modifications associées à l'ajout de l'accélération de Coriolis, au vent géostrophique, à l'approximation de Boussinesq, à des lois de parois, à une équation de la conservation de la quantité de température potentielle et à l'indexation des flux sous-filtrés en fonction de la stratification, deux autres modifications importantes sont à noter : certaines statistiques de base, comprenant les critères pour atteindre le HAZ, sont dorénavant écrites pendant le calcul et la simulation accepte maintenant un nombre de Courant fixe. Malgré tous ces changements et ces nouvelles implémentations, il demeure compatible avec le calcul parallèle et la décomposition en sous-domaines que ce soit en  $x$ ,  $y$  et/ou  $z$ .

Bien que ce solveur puisse traiter dynamiquement des cas convectifs, les lois de paroi et les statistiques implémentées ne sont valables que pour des cas neutres en terrain plat avec

conditions frontières latérales de périodicité et un maillage uniforme. C'est-à-dire que la vitesse de frottement est estimée par le comportement décrit précédemment à (1.1), les statistiques sont horizontalement moyennées et les librairies dynamiques de lois de gradients proche-paroi (*Voir* sections 6.2 et 6.3) supposent que les deux premières rangées de mailles proche-paroi ont des dimensions identiques. Une vue d'ensemble du solveur sous forme de présentation graphique est disponible à l'Appendice A.

### 6.1.1 Accélération de Coriolis

Puisqu'OpenFOAM résout l'équation de la conservation de la quantité de mouvement pour chaque composante de vitesse indépendamment sans communication possible entre les matrices de résolution (solveur à résolution découplée ou *segregated solver*), le seul choix possible pour l'implémentation de l'accélération de Coriolis est via un terme source explicite.

Seule l'influence de l'accélération de Coriolis sur la composante verticale est écartée. À ce sujet, certains auteurs (Holton, 2004; Stull, 1988) en négligent davantage.

### 6.1.2 Vent géostrophique

Comme mentionné à la section 4.1, le vent géostrophique qui est utilisé ici comme condition d'entraînement du vent dans la CLA, est représenté exactement par un gradient de pression horizontal. Puisque ce gradient de pression est indépendant des différentes équations gouvernantes (c.-à-d. invariable, fixé par l'utilisateur), une implémentation explicite est appropriée.

### 6.1.3 Transport de température potentielle et terme de flottabilité

L'implémentation du terme de flottabilité dans l'équation de la conservation de la quantité de mouvement filtré est similaire à celle qu'on retrouve dans le solveur du NREL et équivalente à celle de la version officielle d'OpenFOAM. Elle se définit selon :



$$\left(-\frac{\tilde{\theta}'}{\langle\tilde{\theta}\rangle}\right)g_i = \left(-\frac{\tilde{\theta} - \theta_0}{\theta_0}\right)g_i \quad (6.1)$$

où  $\theta_0$  correspond à une température de référence équivalente à la température moyenne initiale retrouvée dans la CLA.

Quant à l'équation gouvernante de température potentielle, son implémentation est identique à ce qu'on retrouve pour les solveurs traitant la température pour un fluide incompressible des versions 1.6 et 1.7 d'OpenFOAM. Tous les termes de l'équation gouvernante sont implicites. Comme mentionné précédemment, la seule différence est que le coefficient moléculaire de diffusion thermique, négligeable à haut nombre de Reynolds, n'est pas implémenté.

#### 6.1.4 Séquence de résolution des équations

La séquence de résolution des différentes équations de Navier-Stokes est inspirée de la littérature (Oliveira et Issa, 2001) et tranche avec celle proposée originalement par OpenFOAM 1.6 pour son solveur buoyantBoussinesqPisoFoam (*Voir* section 5.3). La principale différence, nonobstant le traitement séquentiel de la loi de paroi (discuté plus loin) et de l'accélération de Coriolis, se situe dans la séquence de résolution de l'équation de la conservation de température potentielle et dans l'ajout d'une seconde boucle itérative, appelé ici super-boucle. La séquence est la suivante (en italique les différences avec la séquence originale) :

1. Initialisation du calcul pour le pas de temps suivant;
2. Calcul des diffusivités de sous-filtre du modèle de turbulence avec les champs de vitesse *et de température potentielle* disponibles;
3. *Calcul de la loi de paroi avec le champ de vitesse disponible;*

4. *Calcul de l'accélération de Coriolis avec le champ de vitesse disponible;*
5. Prédiction du champ de vitesse avec les flux, la flottabilité et la pression disponibles;
6. Passage au travers des boucles de correction pression-vitesse (boucle PISO);
7. *Prédiction du champ de température potentielle avec les nouveaux flux de quantité de mouvement à jour et mise à jour du terme de flottabilité ;*
8. *Si le nombre de super-boucle exigé n'est pas atteint, retour à l'étape #4;*
9. Si le temps final recherché n'est pas atteint, retour à l'étape #1.

Apparemment, si on écarte les étapes #2 à 4 qui n'y sont pas discutées, cette façon de faire correspond à la variante numéro quatre de l'article d'Oliveira et Issa (2001). L'avantage de cette méthode est qu'elle nécessite que de légers changements à l'algorithme original. En contrepartie, elle est rapportée comme n'offrant pas le temps de résolution le plus rapide.

La fonction de la super-boucle peut être vue comme un renforcement du couplage vitesse-pression-température potentielle à l'intérieur du traitement séquentiel d'un même pas de temps de calcul. Pour des simulations sans utilisation de la température, elle devient alors inutile. Nous verrons plus tard qu'elle est par contre cruciale au succès des simulations LES mus par la flottabilité de Boussinesq.

## **6.2 Loi de gradient de vitesse proche-paroi et vitesse à la paroi**

De par son arrangement colocalisé, OpenFOAM nécessite une condition frontière de vitesse afin de calculer les gradients verticaux de vitesse aux abords des frontières du domaine. Contrairement à la simulation numérique standard d'ingénierie où la vitesse de l'écoulement aux parois est connue, la définition de la longueur de rugosité moyenne dans une couche

limite ne permet pas de tirer des conclusions sur le comportement de la vitesse locale sous cette longueur. Pourtant les gradients de vitesse proche-paroi sont fondamentaux pour déterminer la viscosité tourbillonnaire de sous-filtre proche-paroi, la divergence du tenseur des contraintes déviatoriques effectives et les gradients verticaux associés au terme de convection. Qui plus est, le gradient proche-paroi suppose numériquement un profil de vitesse horizontale linéaire alors qu'à ce niveau le comportement est a priori logarithmique.

Une approche envisageable inspirée de la littérature (Moeng, 1984) consiste à modifier la vitesse à la paroi pour générer des gradients verticaux proche-paroi analogue à une pondération entre deux hauteurs bornant les nœuds proche-parois :

$$\frac{\partial \tilde{u}_{i,p}}{\partial z} = a_1 \frac{\partial \tilde{u}_{i,f}}{\partial z} + a_2 \frac{\partial \tilde{u}_{i,m}}{\partial z} \quad (i = 1; 2) \quad (6.2)$$

où  $m$  est un point fictif à mi-chemin entre le nœud  $p$  et la paroi  $w$ ,  $0 \leq a_1 \leq 1$  et, à moins d'indications contraires,  $a_2 = (1 - a_1)$ . Les différents indices utilisés pour faire référence à l'emplacement vertical sur le maillage sont présentés à la figure 6.1.

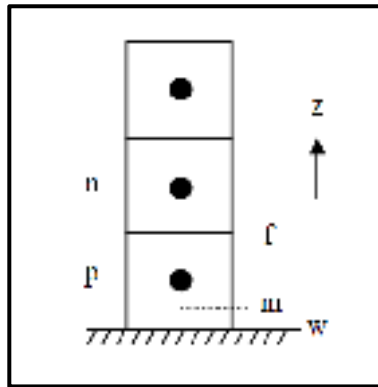


Figure 6.1 Représentation sur une colonne de cellules des indices utilisés dans ce travail

En utilisant une discrétisation CD où les deux premières rangées de cellules sont uniformes en  $\Delta z$ , les deux premiers gradients verticaux de (6.2) se définissent comme :

$$\frac{\partial \tilde{u}_{i,p}}{\partial z} = \frac{\tilde{u}_{i,f} - u_{i,w}}{\Delta z} = \frac{\frac{\tilde{u}_{i,n} + \tilde{u}_{i,p}}{2} - u_{i,w}}{\Delta z} \quad (6.3)$$

et

$$\frac{\partial \tilde{u}_{i,f}}{\partial z} = \frac{\tilde{u}_{i,n} - \tilde{u}_{i,p}}{\Delta z} \quad (6.4)$$

Alors, que le dernier est obtenu selon :

$$\frac{\partial \tilde{u}_{i,m}}{\partial z} = \frac{4u_*^{local}}{\kappa \Delta z} \frac{\tilde{u}_{i,p}}{\tilde{U}_p} \quad (6.5)$$

où on a appliqué (1.1) pour introduire la vitesse de frottement locale à  $z_m = \Delta z/4$  pour ensuite la projeter sur chaque axe  $x_i$  horizontal au moyen de  $\tilde{u}_{i,p}/\tilde{U}_p$ .

En combinant ces définitions, on obtient les composantes de vitesse à la paroi (*Voir Annexe II*) :

$$u_{i,w} = \tilde{u}_{i,f} - \Delta z \left( a_1 \frac{\partial \tilde{u}_{i,f}}{\partial z} + a_2 \frac{\partial \tilde{u}_{i,m}}{\partial z} \right) \quad (6.6)$$

Ainsi, les gradients verticaux et les termes qui en découlent ont la possibilité d'être beaucoup plus réalistes selon les choix faits pour  $a_1$  et  $a_2$ .

En se basant sur une variation des gradients verticaux des composantes de vitesse horizontales respectant la similitude de Monin-Obukhov, on obtient :

$$\frac{\partial \tilde{u}_{i,p}}{\partial z} \approx \frac{u_*^{local}}{\kappa z_p} \frac{\tilde{u}_{i,p}}{\tilde{U}_p} \quad (6.7)$$

En milieu discret à interpolation linéaire où les deux premiers niveaux verticaux de cellules sont équidistants, le facteur  $a_I$  d'une valeur exacte de  $2/(4 - \ln 3)$  ( $\approx 0,7$ ) serait alors envisageable (comparativement à  $2/3$  en milieu continu) (*Voir* Annexe II). Par contre, puisque les résultats d'une simulation LES suggèrent une surestimation du gradient vertical de vitesse près de la paroi et que dans certain cas, le modèle de sous-filtre, par exemple Smagorinsky, est reconnu trop dissipatif à cet endroit, des facteurs différents peuvent être justifiable. Un facteur  $a_I$  inférieur ou supérieur aura tendance respectivement à surestimer et sous-estimer les gradients verticaux des composantes de vitesse horizontales. D'ailleurs, le solveur développé au NREL utilise en quelque sorte un facteur  $a_I$  de un.

Notons qu'il est aussi possible d'obtenir directement des gradients verticaux à  $z_p$  correspondant à la similarité en utilisant des facteurs  $a_I = 0$  et  $a_2 = 0,5$ . Évidemment, cette dernière proposition est principalement dépendante de la modélisation du gradient verticale de vitesse au niveau  $p$  à l'aide d'une relation moyennée puisqu'elle écarte toute interpolation avec le niveau  $n$  qui est a priori davantage résolu. En contrepartie, cette méthode ne peut surestimer  $\Phi_M$  à ce niveau puisqu'elle sera en tout temps égale à un.

Cette procédure a été implémentée dans une nouvelle librairie dynamique nommée gradMcorr et qui s'utilise lors de la déclaration de la condition frontière de paroi pour le champ de vitesse. Il laisse à la discrétion de l'utilisateur le plein contrôle sur le choix des facteurs  $a_i$  à utiliser.

### 6.3 Loi de gradient de température potentielle proche-paroi et de température potentielle à la paroi

Pour des raisons similaires à la vitesse, une condition frontière pour la température potentielle est essentielle. À l'inverse de la vitesse, le profil de température potentielle demeure constant dans la couche de surface d'une CLA neutre. Par contre, l'instationnarité

de la LES couplée aux flux de chaleur provenant de l'inversion affecte la CLA en la réchauffant graduellement (Gasset, à paraître). Avec le temps, le profil neutre de température peut s'incliner légèrement. Il devient alors inadéquat de fixer la température potentielle à la paroi puisque cela créerait un décalage entre la température qui augmente dans la CLA et celle fixe à la paroi. L'équation différentielle gouvernante proche-paroi serait ainsi affectée négativement de par une augmentation indésirable du gradient vertical proche-paroi à cet endroit. Une approche qui consiste à évaluer le gradient vertical de la température potentielle proche-paroi avec celui qu'on retrouverait à la face directement au-dessus selon

$$\frac{\partial \tilde{\theta}_p}{\partial z} = \frac{\partial \tilde{\theta}_f}{\partial z} \quad (6.8)$$

est une approximation davantage appropriée de par son caractère plus indépendant de la stratification thermique locale.

Ainsi, la température potentielle de paroi est estimée en utilisant la même discrétisation que la vitesse à la paroi :

$$\theta_w = 0,5 * [3\tilde{\theta}_p - \tilde{\theta}_n] \quad (6.9)$$

Cette procédure a été implémentée dans une nouvelle librairie dynamique nommée `gradTcorr` et s'utilisant lors de la déclaration de la condition frontière de paroi pour le champ de température.

#### 6.4 Ajout d'un terme source explicite pour la loi de paroi

De par l'importante influence de l'accélération de Coriolis sur la CLA, le cisaillement à la paroi est vectoriel et parfois non linéaire (Exemple : Voir équation 4.16). La viscosité effective étant une variable déclarée scalaire dans OpenFOAM, il est mathématiquement impossible de modifier uniquement cette variable afin de satisfaire le cisaillement de paroi désiré. Une reprogrammation tensorielle de cette viscosité est à éviter puisque cela

compromettrait la compatibilité avec les différentes librairies existantes. Une autre possibilité est de modifier la vitesse à la paroi afin d'obtenir des gradients verticaux de vitesse de paroi qui retrouvent le cisaillement désiré. Le problème est que, comme mentionné précédemment, la vitesse à la paroi est déjà utilisée pour satisfaire le comportement logarithmique proche-paroi suivant la similarité de Monin-Obukhov. Pour permettre d'autres possibilités de conditions frontières sans altération de compatibilité, une approche différente doit être pratiquée. Une possibilité intéressante est d'ajouter un terme source supplémentaire n'influençant que l'écoulement proche-paroi. Puisqu'un terme source explicite offre peu d'obstacles d'implémentation, il s'agit d'une approche tout indiquée pour appliquer une correction de nature vectorielle et non linéaire.

En analysant la divergence du tenseur des contraintes effectives à l'aide du théorème de Gauss linéarisé, le cisaillement de paroi influence exactement la conservation de la quantité de mouvement de Navier-Stokes selon (*Voir Annexe III*) :

$$\frac{\partial \tau_{i3,p}}{\partial z} = \frac{\tau_{i3,f} - \tau_{i3,w}}{\Delta z} \quad (6.10)$$

En réaménageant (6.10) suivant :

$$\frac{\partial \tau_{i3,p}}{\partial z} = \frac{\tau_{i3,f} - 0}{\Delta z} - \frac{\tau_{i3,w}}{\Delta z}, \quad (6.11)$$

l'équation filtrée de la conservation de la quantité de mouvement pour un écoulement atmosphérique proche-paroi ressemble maintenant à :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{u}_i \tilde{u}_j}{\partial x_j} = & \left( -\frac{\tilde{\theta} - \theta_0}{\theta_0} \right) g_i + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \nu_{eff} \left( \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] + f_{c_j} \epsilon_{ijk} \tilde{u}_k \\ & - \left\langle \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial p}{\partial x_i} \right\rangle - \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\tilde{p}^d}{\bar{\rho}} + \frac{2}{3} k_{SFS} \right) - \frac{\tau_{i3,w}}{\bar{\rho} \Delta z} \end{aligned} \quad (6.12)$$

où la viscosité effective à la paroi doit être nulle afin de conserver une équivalence avec (4.5) et où le terme de flottabilité a été remplacé par (6.1). Le dernier terme de (6.12) étant la correction via un terme source explicite qui permettrait à OpenFOAM de bénéficier d'une grande variété de loi de paroi. Cet ajout semble être numériquement légitime (*Voir Annexe IV*).

Deux versions de la loi de paroi de (4.15) et une version de (4.16) nommées respectivement SGcorr, localSGcorr et MWBcorr ont été ajoutées au solveur en empruntant cette méthode.

## 6.5 Modifications du modèle de Smagorinsky

Pour tenir compte de la stratification thermique, une modification des bibliothèques associées au traitement de la viscosité tourbillonnaire de sous-filtre a été effectuée pour leur permettre d'accepter un champ volumique scalaire supplémentaire. Cette modification est ici utilisée pour communiquer à ces bibliothèques la fonction de stabilité  $f_m$ . Ce nouveau modèle de sous-filtre se nomme SmagorinskyStratified.

De plus, une seconde variation du modèle Smagorinsky a été créée pour tenir compte à la fois de la stratification et de la fonction d'ajustement de la longueur d'échelle en proximité de paroi. Ce modèle de sous-filtre porte le nom de SmagorinskyMETOStratified.

Dans les deux cas, l'utilisateur a le contrôle sur les constantes des modèles ( $n$ ,  $b$ ,  $c$ ) à privilégier.



## CHAPITRE 7

### VALIDATION SOMMAIRE

Avant de pratiquer des simulations complètes, il est préférable de vérifier indépendamment chacune des nouvelles implémentations ajoutées au solveur et les nouvelles librairies créées. Ainsi, la dynamique du solveur, les lois de paroi, les lois de gradient proche-paroi et les nouveaux modèles de sous-filtres Smagorinsky et SmagorinskyMETO qui tiennent compte des fonctions de stabilité sont testés avec des cas simples traités numériquement et comparés avec leurs solutions analytiques. De plus chaque cas est décomposé en sous-domaines afin de s'assurer de leur compatibilité en calcul parallèle.

#### 7.1 La spirale d'Ekman

Afin de vérifier le comportement du solveur LESforABL, la comparaison avec la solution analytique proposée par Ekman (Stull, 1988) permet de s'assurer que celui-ci répond adéquatement à des cas simplifiés. En fixant à  $\nu_\gamma$  la viscosité effective, en désactivant la température potentielle et en déclarant les conditions frontières appropriées, les composantes moyennes de la vitesse, de l'angle du vent et la hauteur de la couche limite doit être en concordance avec respectivement :

$$\bar{u} = \bar{G}[1 - e^{-\gamma z} \cos(\gamma z)], \quad (7.1)$$

$$\bar{v} = \bar{G}[e^{-\gamma z} \sin(\gamma z)], \quad (7.2)$$

$$\bar{\phi} = \tan^{-1} \left( \frac{\bar{v}}{\bar{u}} \right) \quad (7.3)$$

et

$$z_{i_\gamma} = \pi/\gamma \quad (7.4)$$

où  $\bar{G}$  correspond au module du vent géostrophique moyen et  $\gamma = \sqrt{f_{c_3}/(2\nu_\gamma)}$ . Le domaine de simulation doit donc être supérieur à la hauteur de la couche d'Ekman et les autres dimensions géométriques ont peu d'importance puisque la variation de la vitesse se fait en  $z$  uniquement.

Puisque cette solution simplifiée est permanente et complètement développée et que la vitesse verticale est nulle, la viscosité effective doit être constante lors de la simulation numérique. De plus, la flottabilité doit être désactivée.

Ainsi, on se retrouvera avec les équations de la quantité de mouvement de Navier-Stokes filtré suivantes pour notre solveur :

$$\left\langle \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial p}{\partial x} \right\rangle - \nu_{eff} \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial z^2} - f_{c_3} \tilde{v} = 0 \quad (7.5)$$

et

$$\left\langle \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial p}{\partial y} \right\rangle - \nu_{eff} \frac{\partial^2 \tilde{v}}{\partial z^2} + f_{c_3} \tilde{u} = 0 \quad (7.6)$$

Ces équations correspondent à la dérivée seconde de la solution d'Ekman. Pour y parvenir, on doit avoir les conditions frontières suivantes :  $u(z)_{z=0} = v(z)_{z=0} = 0$ ,  $u(z)_{z=\infty} = u_G$  et  $v(z)_{z=\infty} = v_G$ . Puisqu'une simulation doit avoir une hauteur finie, une hauteur de domaine de beaucoup supérieure à ce qui est défini à (7.4) et une condition frontière de glissement doivent logiquement donner des résultats en pratique similaires.

Sous les conditions où le domaine est de  $(100 \times 100 \times 1500) \text{ m}^3$ ,  $C_s = 0$ ,  $\nu = 1 \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $f_{c_3} = 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ ,  $\bar{G} = 10 \text{ m/s}$ , un maillage de  $5 \times 5 \times 40$  avec un ratio d'étirement vertical de 10, un  $\text{CFL} = 0,75$  et des conditions frontières latérales périodiques, l'oscillation inertielle de la réponse temporelle est illustrée à la figure 7.1.

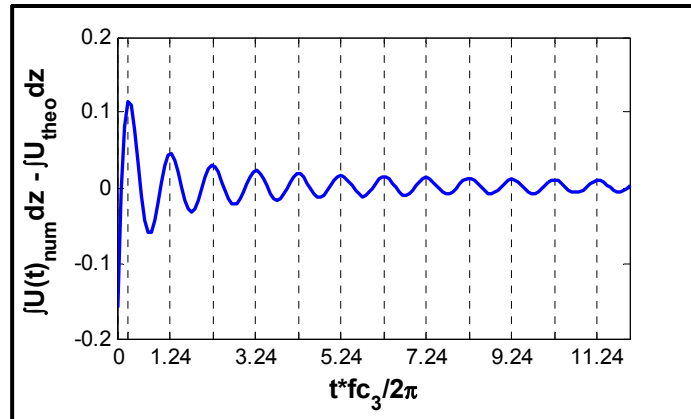


Figure 7.1 Oscillation inertielle de la réponse temporelle pour LESforABL autour de la réponse analytique d'Ekman

Le résultat oscille périodiquement selon  $2\pi/|f_{c_3}|$ . Pour obtenir les résultats moyens, la moyenne est calculée sur la plage temporelle comprise entre  $4,55*10^5$  et  $7,05*10^5$  s (7,24 à 11,24 périodes inertielles) où l'oscillation autour de la solution analytique a diminué sensiblement et le nombre de périodes est quasi-entier.

On observe aux figures 7.2 à 7.4 qu'en comparaison avec la solution analytique, les résultats de la simulation correspondent. Seule une petite différence à la paroi est notable. Dans ces conditions, on estime que le Navier-Stokes filtré programmé répond donc à ce qu'on recherche.

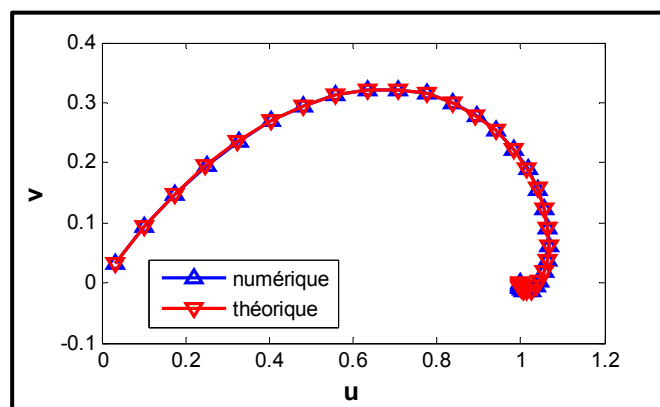


Figure 7.2 Spirale d'Ekman théorique et de celle numérique obtenue par LESforABL

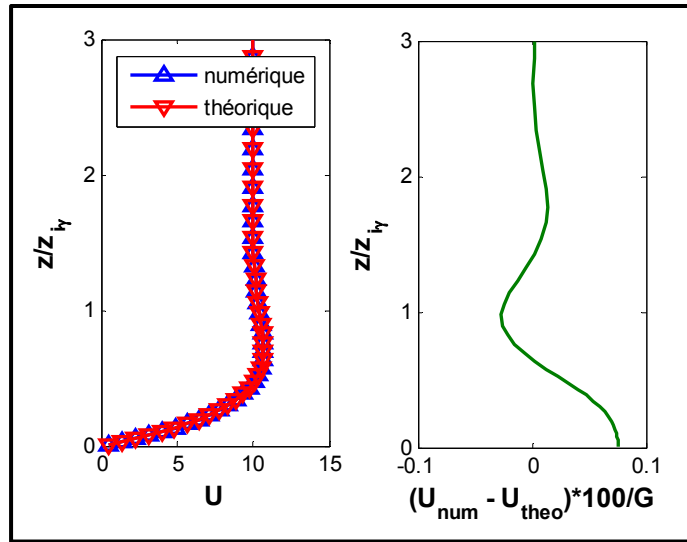


Figure 7.3 Module de la vitesse théorique d'Ekman et de celui obtenu par LESforABL

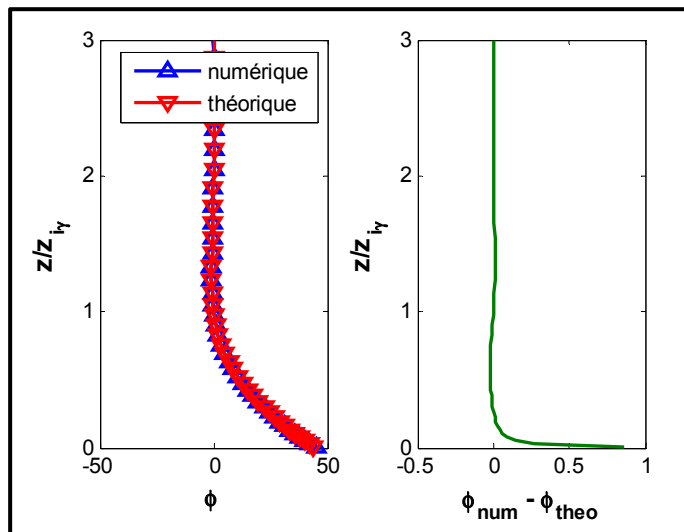


Figure 7.4 Angle en degré entre les composantes de vitesse horizontale théorique d'Ekman et celui obtenu par LESforABL

## 7.2 Lois de gradient proche-paroi

L'évaluation de la condition frontière de vitesse nouvellement programmée nommée `gradMcorr` peut se faire à l'aide d'une simulation numérique turbulente. En suivant des conditions de simulation semblables à un article (Andren et al., 1994) qui sera plus tard

utilisé pour des comparaisons plus détaillées, un post-traitement permet de vérifier son implémentation.

En utilisant des facteurs  $a_1$  et  $a_2$  respectivement nul et unitaire, la solution devrait imposer les gradients verticaux des composantes horizontales proche-parois équivalents à ceux de (6.5). Le résultat de ce test est présenté à la figure 7.5.

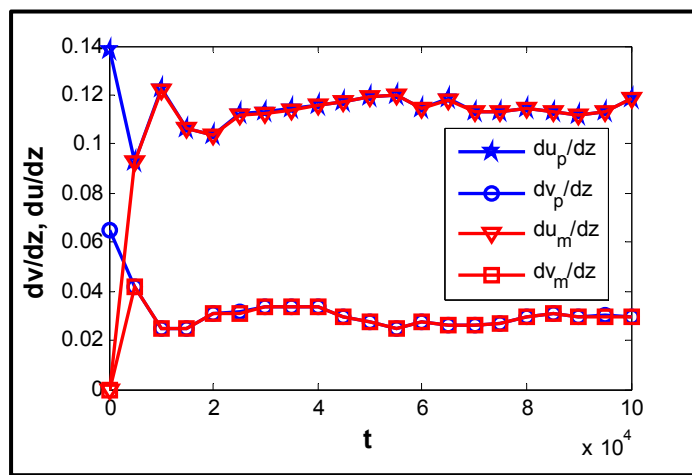


Figure 7.5 Résultat du test portant sur la correction des gradients avec gradMcorr avec des facteurs  $a_1 = 0$  et  $a_2 = 1$

On remarque que les gradients verticaux correspondent effectivement avec ce qui est attendu à la fois en  $u$  et en  $v$ .

Pour la température potentielle à la paroi, bâtie sur une approche et une librairie similaire, son comportement observé est fidèle à celui attendu lorsque soumis à un test analogue (non montré).

### 7.3 Bilan des forces et loi de paroi

Pour vérifier les lois de paroi créées, une comparaison entre une approche analytique par bilan de force et les résultats d'une simulation numérique dans des conditions similaires permet de s'assurer que la vitesse moyenne obtenue au premier nœud de maillage correspond

à la théorie de similarité de Monin-Obukhov pour le profil de vent de surface en condition neutre. Supposant un domaine de profondeur  $D$ , une force de Coriolis nulle et une condition frontière de couvercle sans frottement (*slip lid*), on obtient la relation suivante en RP :

$$\tau_{i3,w} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} D \quad (7.7)$$

Ainsi, la vitesse moyenne qu'on doit retrouver au premier nœud ainsi que leurs composantes doivent être équivalentes à (*Voir Annexe V*) :

$$(\bar{U})_{z=z_p} = \frac{\sqrt{D}}{\kappa} \sqrt{\left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y}\right)^2} \ln\left(\frac{z_p}{z_0}\right) \quad (7.8)$$

et

$$\frac{(\bar{u})_{z=z_p}}{\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}} = \frac{(\bar{v})_{z=z_p}}{\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y}} \quad (7.9)$$

Avec les paramètres où le domaine est de (4000x2000x1500) m, avec un maillage uniforme de  $20^3$ , une longueur de rugosité de 0,1 m, une constante de Von Kármán de 0,4, des composantes horizontales de gradient de pression d'entraînement fixe de  $\langle \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \rangle = 2 \langle \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \rangle = -1,333e^{-4} \text{ m}^2/\text{s}^2$ , des composantes de vitesse à la paroi  $u_{i,w} = (3; 0; 0) \text{ m/s}$  et une viscosité effective de paroi nulle, on obtient les résultats moyens de l'écoulement permanent du tableau 7.1.

Les résultats correspondent à la solution analytique. Il est à noter que la moyenne est calculée sur une échelle de temps durant laquelle la simulation était turbulente et en RP. La méthode par correction explicite permet donc une grande variété de lois de paroi tout en conservant une bonne précision de la vitesse moyenne proche-paroi.

Tableau 7.1 Validation de l'implémentation des lois de paroi

	Analytique (m/s)	Numérique (m/s)			Écart (%)		
		SGcorr	localSGcorr	MWBcorr	SGcorr	localSGcorr	MWBcorr
$\overline{< U >}$	22,15	22,17	22,07	22,23	0,09	0,36	0,36
$\overline{< u >}$	9,908	9,908	9,868	9,912	0,00	0,40	0,04
$\overline{< v >}$	19,82	19,79	19,70	19,79	0,15	0,61	0,15
$\overline{< w >}$	0	-0,003	-0,003	-0,011	-	-	-

#### 7.4 Termes sources locaux pour les lois de paroi, fonctions de stabilité et longueur d'échelle variable

Un second test pour vérifier les termes sources locaux peut être effectué. Sous un maillage simple, il est possible de retrouver analytiquement le terme source applicable pour chacune des cellules proche-parois après une itération temporelle. En utilisant la série de termes sources adaptée à la loi MWB et en contrôlant les paramètres au départ de la simulation, une comparaison entre une démarche analytique et une simulation numérique a permis de constater que l'implémentation numérique se comporte adéquatement (*Voir Annexe VI*).

Dans le même ordre d'idée que le test effectué pour les corrections locales, une vérification analytique de l'implémentation des fonctions de stabilité ainsi que de la longueur d'échelle proposée par le Met Office (*Voir sous-section 4.2.1 et 4.2.2*) peut être obtenue pour un maillage et des conditions simples. Cette vérification a permis de constater que les nouvelles librairies se comportent comme prévu (*Voir Annexe VII*).





## **CHAPITRE 8**

### **COMPARAISON ET RÉSULTATS**

Afin de comparer la performance du solveur avec la littérature et avec d'autres codes à notre disposition, trois comparaisons, respectivement nommées C1, C2 et C3, sont effectuées et discutées.

#### **8.1 Paramètres récurrents**

Certains paramètres de simulation demeureront constants durant les différentes comparaisons. Ces paramètres récurrents sont mentionnés dans les sous-sections qui suivent. Mentionnons d'emblée que, pour être conforme aux articles sélectionnés, une condition de périodicité est prescrite pour les frontières latérales. Par ailleurs, puisque l'écoulement atmosphérique se fait à très haut nombre de Reynolds, la viscosité moléculaire est toujours négligée.

##### **8.1.1 Schémas de discrétisation**

À moins d'indications contraires, les schémas de discrétisation spatiale sont tous du type CD puisqu'il est reconnu avoir une précision d'ordre deux et qu'il est parfois le seul choix disponible.

De plus, l'utilisation d'un schéma CD pour la discrétisation du terme convectif est présumée moins diffusive numériquement que d'autres schémas classiquement plus stables et plus stable que des schémas à degré de précision supérieure moins diffusifs (de Villiers, 2006). La LES demandant entre autres la résolution des tourbillons transportant l'énergie cinétique, une diffusion numérique supplémentaire aurait des conséquences importantes. Dans notre cas, il s'est avéré que l'utilisation d'autres schémas de convection disponibles dans la distribution officielle d'OpenFOAM engendrait des solutions erronées. À ce sujet, la littérature

(Bechmann, 2006) faisant état de comparaison des schémas de convection dans des conditions semblables aux nôtres tend à confirmer cette observation. Ajoutons que, par défaut, le solveur du NREL utilise aussi des schémas CD.

Enfin, le schéma de discrétisation temporelle sélectionné est le Crank-Nicholson. Les avantages de ce schéma sont qu'il est d'ordre deux, qu'il retourne des résultats bornés (*bounded*) et que sa diffusivité numérique est moindre que les autres schémas disponibles dans OpenFOAM (de Villiers, 2006).

### 8.1.2 Contrôle de la solution et de l'algorithme

Pour les comparaisons C1 et C2, les différents contrôles de la solution relatifs au type de solveur linéaire utilisé pour la résolution de chacune des matrices générées par LESforABL et des tolérances de précision pour chacun des différents champs dynamiques sont ceux proposés par défaut dans OpenFOAM pour des simulations LES où seule la tolérance sur la vitesse a été resserrée et le nombre de boucles PISO augmenté. Puis pour la comparaison C3, un solveur linéaire de type Multigrid qui s'avère plus rapide est utilisé pour la pression et sa tolérance est resserrée (*Voir* Annexe VIII pour une énumération exhaustive). Pour résumer, la tolérance absolue de résolution est d'abord de  $10^{-6}$  puis  $10^{-7}$  pour la pression, elle est de  $10^{-15}$  pour la température potentielle et la vitesse et le nombre de boucles PISO est de trois.

## 8.2 Première comparaison (C1) : cas d'Andren et al. 1994

L'article publié d'Andren et al. (1994) (nommé ci-après A94) portant sur l'intercomparaison de différents codes LES pour la simulation de CLA en condition purement neutre est une référence, a priori, appropriée pour comparer le comportement du solveur LESforABL. D'abord, parce que plusieurs codes suivant les mêmes critères sont comparés. On limite ainsi la possibilité d'une comparaison avec un code comportant des erreurs fondamentales. Ensuite, car les simulations sont effectuées sur un maillage grossier, mais surtout parce que les modèles de sous-filtre utilisés dans cet article s'apparentent à un Smagorinsky et que c'est

une simulation sans apport de la température. Ce sont là des critères tout indiqués pour un premier essai puisqu'il possède des conditions simples d'approche et offre une comparaison robuste.

Malgré cette simplicité, une condition neutre et un maillage grossier sont deux éléments qui accentuent la difficulté d'une simulation de CLA pour la LES (Andren et al., 1994). En premier lieu, son comportement dynamique n'est pas dominé par de grands gradients de température créateurs de grands tourbillons comme on peut retrouver dans des conditions convectives avec flux thermique vers le haut. En deuxième lieu, un maillage grossier permet de capturer moins de tourbillons. Causant ainsi, dans les deux cas, une sensibilité plus grande au modèle de sous-filtre.

### 8.2.1 Conditions de simulation

Les simulations produites sont initialisées avec le champ de vitesse que l'on retrouve à l'appendice de A94. Afin d'approximer un champ initial similaire, on ajoute des perturbations aléatoires selon une distribution normale  $N(0; 0,2)$ . Le domaine de simulation est de  $(4000 \times 2000 \times 1500) \text{ m}^3$  en direction  $x$ ,  $y$  et  $z$  respectivement avec un maillage uniforme de  $40^3$ . Le facteur de Coriolis  $f_{c_j} = (0; 10^{-4}; 10^{-4}) \text{ s}^{-1}$  avec un gradient de pression d'entraînement qui balance le vent géostrophique  $(u_g, v_g) = (10; 0) \text{ ms}^{-1}$  et une gravité nulle. Conformément à un des codes de l'article, le modèle de sous-filtre est celui du Smagorinsky avec ajustement de la longueur d'échelle en proximité de paroi (SmagorinskyMETO) avec une constante de couplage  $n$  arbitraire de deux puisqu'aucune information n'est donnée à ce sujet. Un facteur  $a_l$  de 0,7 est utilisé. La constante du modèle est celle offerte par défaut dans OpenFOAM, c'est-à-dire 0,168. Elle se situe environ à mi-chemin de celles utilisées (0,13 - 0,24) par les quatre codes/simulations de l'article.

À la frontière du haut, suivant la méthodologie des auteurs, la vitesse normale et les gradients des composantes de vitesse parallèles à la frontière sont nuls. Il est alors déduit par la

conservation de la quantité de mouvement que le gradient vertical de pression est également de zéro. Le gradient vertical de la viscosité effective est aussi approximé à zéro.

À la frontière du bas, l'article indique qu'une loi de paroi en concordance avec la théorie de similarité est appliquée avec un  $z_0$  de 0,1 m, mais sans en mentionner davantage. Pour notre comparaison, la loi SG est utilisée avec une constante de von Kármán de 0,4. Quant au gradient vertical de pression, il est estimé à zéro.

Contrairement à l'article, les simulations se poursuivent dans le temps au-delà des  $10^5$  s. Puisqu'il est attendu que de légères différences dans la simulation provenant entre autres de l'initialisation, de l'algorithme et du modèle de sous-filtre changent quelque peu la solution instationnaire, cinq simulations avec des perturbations ayant des clés de démarrage de nombres aléatoires différentes ont été pratiquées.

Puisque les différents codes/simulations de l'article utilisent un pas de temps entre 1 et 5 s, un pas de temps de 2,5 s a été prescrit. Cela correspond, après observation, à un CFL maximum de  $\sim 0,33$ . Il est à noter que l'équation de la température potentielle a été désactivée et donc qu'aucune super-boucle n'est prescrite pour cette comparaison.

### 8.2.2 Résultats et analyse des résultats

Certaines comparaisons que les auteurs de l'article font afin de permettre une évaluation des différents codes sont directement reprises puis modifiées pour y ajouter nos simulations.

Afin de conserver une certaine correspondance avec le modèle de sous-filtre développé dans le cadre de ce travail, la simulation de l'article avec un modèle de sous-filtre utilisant un *backscatter* a été écartée.

### 8.2.2.1 Énergie cinétique turbulente

Étrangement, l'article représente l'évolution temporelle de l'énergie cinétique turbulente totale des différentes simulations. C'est un peu en contradiction avec le modèle Smagorinsky qui ne possède pas d'équation comportementale pour  $k_{SFS}$ . La réalité est que les modèles de sous-filtre utilisés ne sont pas équivalents. Pour un auteur, Mason, on suppose qu'il utilise le SmagorinskyMETO alors que les trois autres ont un modèle similaire qui utilise une équation pronostique pour  $k_{SFS}$  où seule la constante du modèle est différente. Néanmoins, les auteurs le présente comme approximativement semblable à Smagorinsky. Pour être en mesure d'ajouter la simulation de Mason à la comparaison, il est probable que la partie sous-filtrée ait été approximée, mais sans préciser la méthode pour le faire. Une comparaison directe de notre énergie cinétique turbulente par rapport à la plage offerte par les différentes simulations présentes dans l'article (bande grise) n'est donc pas représentative. Une observation de l'évolution de la partie résolue a tout de même été faite (*Voir* figure 8.1) pour s'assurer que le développement de la turbulence s'effectue temporellement de manière similaire à celle de l'énergie cinétique turbulente totale de l'article.

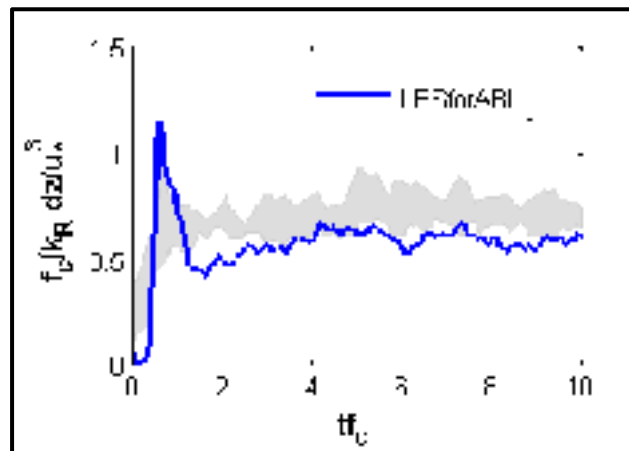


Figure 8.1 Évolution de l'énergie cinétique turbulente résolue en comparaison avec l'énergie cinétique turbulente totale de A94

On remarque un certain délai rapidement résorbé au tout début des simulations. Il est probable que nos champs de vitesse désordonnés initiaux sont défavorables à une production

rapide d'un état turbulent. À ce sujet, l'efficacité des initialisations LES dans des conditions similaires est documentée (de Villiers, 2006; Tabor et al., 2004).

### 8.2.2.2 Mesures de l'instationnarité

Pour évaluer l'évolution de l'instationnarité de la solution numérique, l'article propose les tests suivants :

$$C_u = -\frac{f_c}{\langle u'w' \rangle_w} \int_0^H (\langle \tilde{v} \rangle - v_g) dz \quad (8.1)$$

et

$$C_v = \frac{f_c}{\langle v'w' \rangle_w} \int_0^H (\langle \tilde{u} \rangle - u_g) dz \quad (8.2)$$

Dans le cas d'un RP, c'est-à-dire où la turbulence est pleinement développée et où l'oscillation inertielle est résorbée,  $C_u$  et  $C_v$  sont égaux à un (*Voir* Annexe IX). Probablement que pour des raisons de coût de calcul, les simulations de l'article n'ont visiblement pas atteint ce régime. Néanmoins, elles sont quasiment en phase suite à leur initialisation similaire. Les auteurs supposent donc qu'en moyennant leurs expressions statistiques sur la dernière demi-période oscillatoire, seule celles du premier ordre comporteront des erreurs d'évaluation. Pour obtenir des comparaisons significatives, on tente de reproduire cette démarche. La comparaison de l'instationnarité est présentée aux figures 8.2 et 8.3.

On remarque que l'évolution instationnaire est légèrement décalée par rapport à l'article. L'initialisation différente semble être en partie la cause comme on peut le constater sur la figure 8.3 où les extremums des cinq simulations ont été tracés.

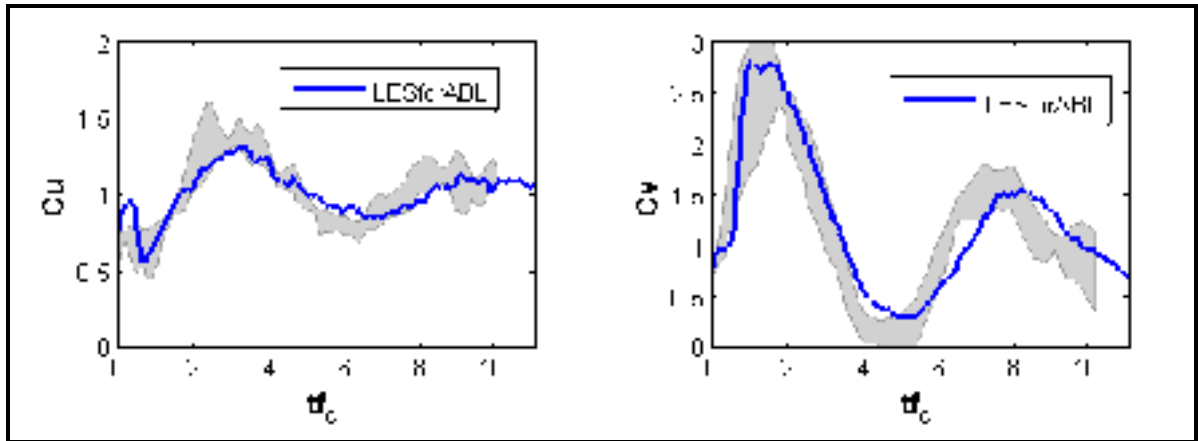


Figure 8.2 Évolution de l'instationnarité en comparaison avec A94

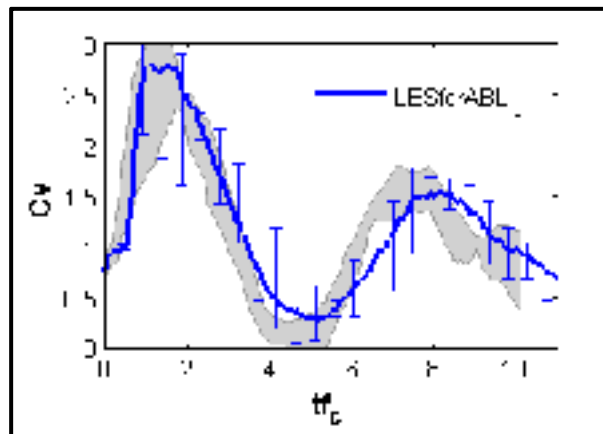


Figure 8.3 Impact de l'initialisation sur l'instationnarité de la solution en comparaison avec A94

À cela s'ajoute une restructuration du champ de vitesse initial désordonné ayant comme effet de retarder l'oscillation sur une période d'environ une heure et demie ( $tf_c \approx 0,5$ ). Il est maintenant clair que l'évolution temporelle est fortement influencée par l'initialisation. Comparativement à A94, la différence est jugée suffisante pour utiliser une plage temporelle différente. Ainsi, les statistiques sont moyennées sur les dernières  $3,0 \cdot 10^4$  s d'une simulation de  $1,1 \cdot 10^5$  s en capturant approximativement une demi-période inertielle. La comparaison avec les autres codes se fait alors en reproduisant les mêmes erreurs associées à l'instationnarité. Puisqu'il a été choisi que les statistiques moyennées spatialement s'écrivent

avec  $\psi = 5$  (c.-à-d. chaque 12,5 s) pour chacune des cinq simulations, la moyenne d'ensemble par hauteur discrète se fait avec un échantillon de  $5 \times 2\,401$  résultats.

### 8.2.2.3 Gradient vertical adimensionnel moyen de vitesse

Le  $\Phi_M$  est une statistique du premier ordre. Pour être conséquent avec ce qui est mentionné précédemment, une approche différente est utilisée par les auteurs afin d'obtenir un comportement censé être moins sensible à l'oscillation inertielle :

$$\Phi_{M_2} = \frac{kz}{u_*} \sqrt{\left(\frac{\partial \langle \tilde{u} \rangle}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial \langle \tilde{v} \rangle}{\partial z}\right)^2} \quad (8.3)$$

au lieu de

$$\Phi_M = \frac{kz}{u_*} \frac{\partial \langle \tilde{U} \rangle}{\partial z} \quad (8.4)$$

En utilisant cette définition, la comparaison de  $\Phi_{M_2}$  obtenue avec notre solveur et ceux de l'article est présentée à la figure 8.4.

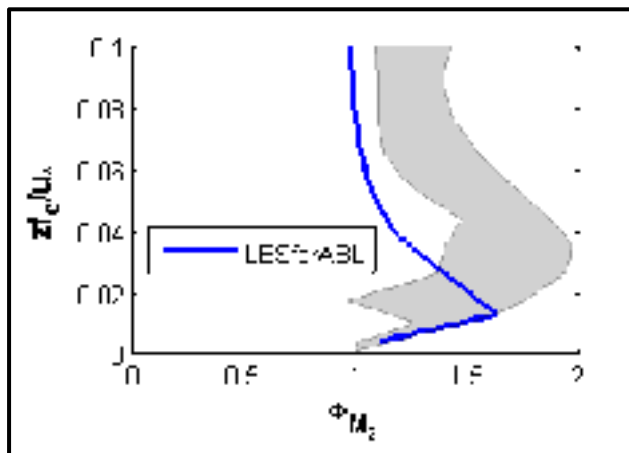


Figure 8.4 Gradient vertical adimensionnel moyen de vitesse en comparaison avec A94



Plusieurs observations peuvent être tirées de ce résultat. D’abord, la surestimation de  $\Phi_M$  par rapport à un se situe dans la plage des résultats. Quoique comptant près de 45 cellules à la verticale, le maillage est toute de même insuffisamment raffiné selon BW10 pour être en mesure de résoudre adéquatement la couche de surface. De plus, les critères par rapport à l’espace de l’ensemble des paramètres regroupés à la figure 8.5 permettent de constater que la simulation n’atteint pas le HAZ. Il est donc prévisible qu’il y ait surestimation.

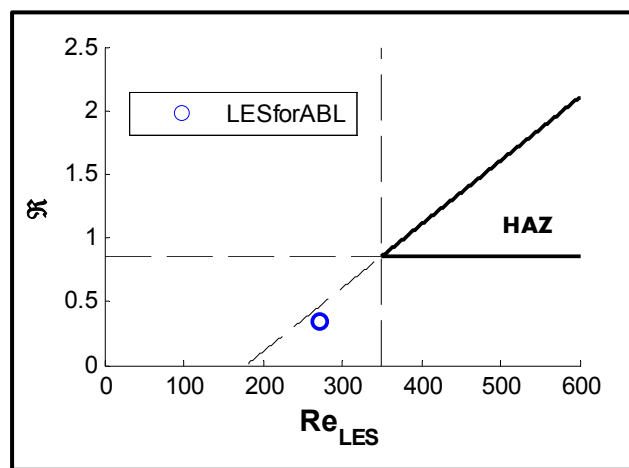


Figure 8.5 Localisation des critères par rapport au HAZ avec LESforABL selon les conditions de A94

Ensuite, les écarts observés en comparaison de A94 sont en partie relatifs à une combinaison de différents facteurs tels un modèle et une constante de sous-filtre, un algorithme et une discrétisation qui diffèrent. Puis, concernant la différence notable loin de la paroi, un début d’explication est discuté plus loin dans les sous-sections 8.2.2.6 et 8.2.3.

Il est à noter que la vitesse de frottement moyenne obtenue est de 0,430 et qu’elle se situe à l’intérieur des limites de celles observées par les auteurs.

#### 8.2.2.4 Viscosité tourbillonnaire de sous-filtre

La viscosité tourbillonnaire de sous-filtre moyenne de nos simulations, en comparaison avec A94, est présentée à la figure 8.6.

On y constate que notre modèle SmagorinskyMETO génère un profil vertical de viscosité tourbillonnaire de sous-filtre essentiellement à la limite inférieure de la plage obtenue alors que la constante utilisée pour la longueur d'échelle est située à mi-chemin des différents codes. Comme pour  $\Phi_M$ , l'hypothèse la plus probable expliquant cette contradiction est discutée plus loin aux sous-sections 8.2.2.6 et 8.2.3.

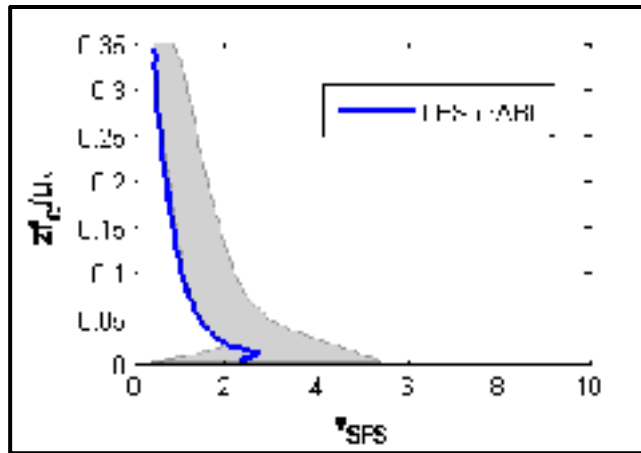


Figure 8.6 Profil vertical moyen de la viscosité tourbillonnaire de sous-filtre en comparaison avec A94

#### 8.2.2.5 Variances résolues

La variance totale est définie par la sommation de la partie résolue et de la partie sous-filtrée, c'est-à-dire :

$$u_i'^2 = \tilde{u}_i'^2 + u_{i,SFS}'^2 \quad (8.5)$$

où l'expression de la partie résolue a été présentée à la section 4.7. Quant à la partie sous-filtrée, elle s'obtient selon :

$$u_{i,SFS}'^2 = \frac{2}{3}k_{SFS} + B_{ii}^D \quad (8.6)$$

Conséquemment, avec un modèle Smagorinsky, on ne peut obtenir précisément la variance totale car l'énergie cinétique de turbulence sous-filtrée n'est pas calculée. Puisque A94 ne présente pas la partie résolue, une estimation par soustraction numérique de la partie sous-filtrée par rapport à la partie totale des profils verticaux moyens des variances à partir des figures de l'article a été effectuée. La comparaison de notre solveur avec cette estimation est présentée à la figure 8.7.

Premièrement, on remarque que notre simulation, comme celles de A94 sans *backscatter*, ont toutes un déficit de variance résolue proche-paroi (lorsque  $zf/u_* < 0,05$ ). Normalement, l'énergie cinétique turbulente est plus forte à mesure qu'on se rapproche du sol alors qu'ici on ne perçoit pas cette tendance. Même en y ajoutant la partie sous-filtrée qui corrige légèrement le déficit total (*Voir l'article*), le problème demeure. Cette insuffisance est reliée à la loi de paroi.

Deuxièmement, comme pour la viscosité tourbillonnaire de sous-filtre, A94 présente une variété de solutions près de la paroi. C'est en partie causé par une soustraction numérique approximative des profils moyens sous-filtrés à ceux résolus sur les figures à basse résolution et de piètres qualités présentes dans l'article. Puis, une autre partie provient assurément des modèles de sous-filtres qui diffèrent. Il est donc difficile d'en tirer des conclusions nettes si ce n'est que notre solveur semble se situer quelque part dans cette vaste plage.

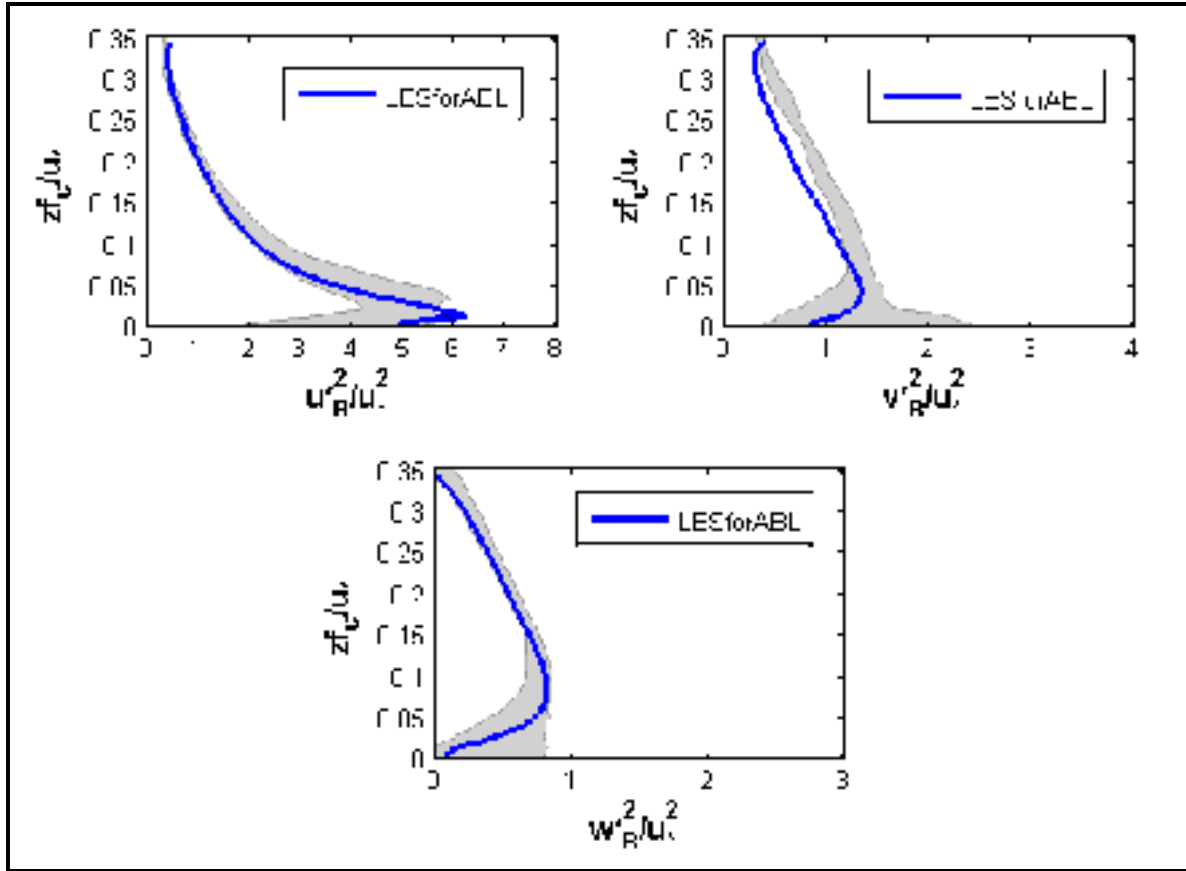


Figure 8.7 Profil vertical adimensionnel moyen des variances résolues en comparaison avec A94

Finalement, le profil des variances en direction  $x$  et  $z$  se trouve dans la plage des solutions loin de la paroi. Par contre, la variance de vitesse en direction  $y$  est substantiellement inférieure en plus d'avoir un profil particulier près de la frontière supérieure.

#### 8.2.2.6 Flux verticaux de quantité de mouvement

Puisque la partie sous-filtrée du flux de quantité de mouvement se définit par :

$$u'_i u'_{j_{SFS}} = B_{ij}^D \quad (8.7)$$

lorsque  $i \neq j$ , il est possible cette fois-ci d'ajouter la partie sous-filtrée à la partie résolue et ainsi d'observer le flux total. La comparaison des flux verticaux de quantité de mouvement ( $u'w'$  et  $v'w'$ ) de notre solveur avec A94 est présentée à la figure 8.8.

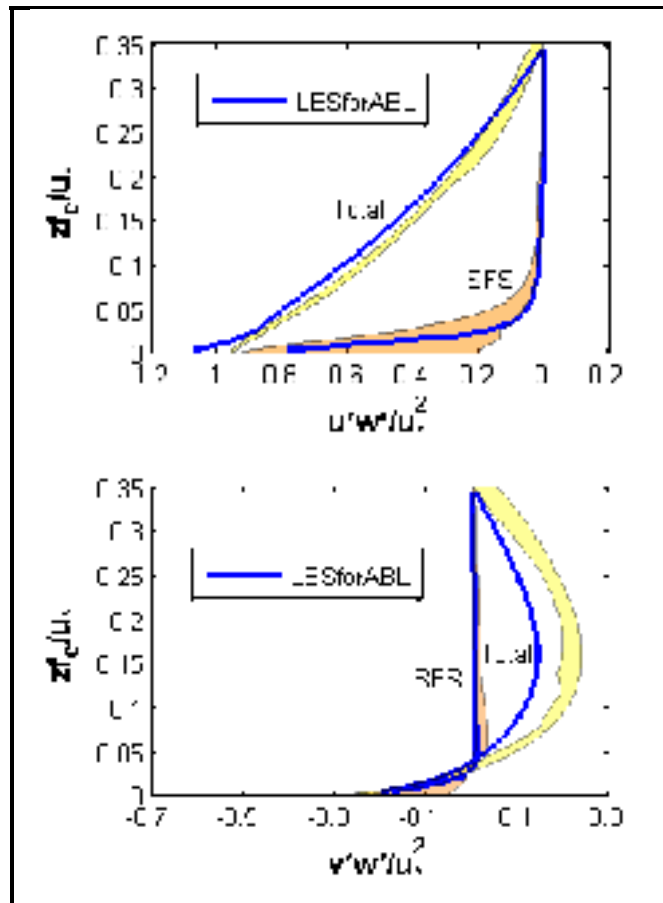


Figure 8.8 Profil vertical adimensionnel moyen des flux verticaux des composantes horizontales de vitesse (totaux et sous-filtres) en comparaison avec A94

Certaines observations de même acabit que pour les variances totales peuvent être faites suite aux résultats obtenus. D'abord, loin de la paroi, on remarque que  $v'w'$  total est déficitaire, dû à la partie fluctuante moyenne de la composante de vitesse résolue  $v$  qui est insuffisante. Les gradients verticaux de cette composante de vitesse ne semblent pas être assez prononcés. Par contre, le flux  $u'w'$  total est beaucoup plus comparable à ce qui a été obtenu par A94. En observant le profil moyen de  $u$  et  $v$  obtenus lors de nos simulations (Voir figure 8.9), un

élément supplémentaire s'ajoute à notre analyse : les composantes de vitesse ne retrouvent pas la valeur du vent géostrophique à la paroi supérieure.

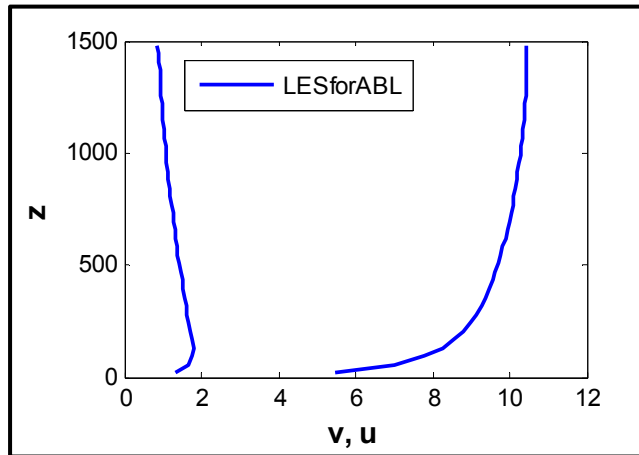


Figure 8.9 Profil vertical moyen des composantes de vitesse horizontales selon les conditions de A94

Puisque cet écart entre la valeur moyenne obtenue et celle géostrophique est davantage important pour la composante  $v$ , on en déduit que son gradient vertical est effectivement trop faible et qu'il est la cause du déficit des fluctuations de vitesse dans cette direction. La cause exacte de cet écart est inconnue en partie parce que l'article n'illustre pas la variation verticale des composantes de vitesse.

Par conséquent, les écarts loin de la paroi de la viscosité tourbillonnaire sous-filtrée et de  $\Phi_M$  s'expliqueraient par des gradients verticaux des composantes horizontales insuffisants.

De plus, le flux  $u'w'$  est trop élevé en région proche-paroi puisqu'il est d'emblée supérieur au flux de quantité de mouvement à la paroi. Il y a en quelque sorte une surproduction du cisaillement dans cette région. A priori, on pourrait croire que les gradients verticaux des composantes de vitesse horizontales proche-parois sont seuls en cause et qu'une augmentation du facteur  $a_1$  (suivie d'une diminution correspondante de facteur  $a_2$ ) corrigerait cette surproduction. Différents tests qui permettent de venir placer à sa guise le cisaillement au niveau  $p$  ont été effectués à ce sujet. Toutefois, malgré qu'il ait été possible de retrouver

un cisaillement total adéquat proche-paroi aucune amélioration significative n'a été observée sur le sur-cisaillement au niveau adjacent (indice  $n$ ). La problématique semble donc être l'effet d'une surestimation globale des gradients verticaux de la vitesse en région proche-paroi. Une étude plus exhaustive sur le sujet est présentée plus loin lors de la troisième et dernière comparaison.

### 8.2.3 Conclusion de la première comparaison

Cette première comparaison donne des résultats mitigés. D'une part, elle a permis de constater que les profils verticaux des différentes statistiques suivent majoritairement la tendance de ceux de A94. D'autre part, puisqu'il y a différentes variantes de modèles de sous-filtre et de leur constante respective, que les profils résolus ne sont pas directement montrés et que les lois de paroi utilisées et l'initialisation exacte sont inconnues, il est difficile de tirer des conclusions solides. De plus, le fait que les composantes de vitesse au toit du modèle ne retrouvent pas le vent géostrophique alors que c'est vraisemblablement le cas pour les simulations de A94, laisse perplexe et demeure inexpliqué pour le moment. À ce sujet, nous verrons plus tard lors de la 2<sup>e</sup> comparaison certains éléments de réponse. En conséquence de cette surestimation de vitesse à la frontière du haut, on estime que les profils de flux de quantité de mouvement et le profil de viscosité tourbillonnaire de sous-filtre de A94 ne peuvent être retrouvés loin de la paroi. À proximité de celle-ci, on note aussi que le flux vertical total de quantité de mouvement des deux premiers niveaux de cellules ne correspond pas, qu'il est surestimé. Pour corriger celui au niveau  $p$ , il est toujours possible d'ajuster les facteurs  $a_i$  pour tenir compte de la surestimation de  $\Phi_M$  au niveau  $n$  qui impactera nécessairement sur le gradient vertical de vitesse proche-paroi ou encore de prescrire directement la combinaison exacte retrouvant en tout temps la similarité (c.-à-d.  $a_1 = 0$  et  $a_2 = 0,5$ ). Pour le niveau suivant, la cause sera discutée plus tard. On peut néanmoins s'avancer et mentionner qu'elle est générée par une surestimation des gradients verticaux de vitesse à ce niveau.

Il faut voir C1 comme étant une étape d'introduction nous permettant de percevoir les difficultés d'une comparaison avec un article tout en laissant entrevoir certaines limites de notre méthode numérique. Des comparaisons supplémentaires où les conditions sont semblables est la prochaine étape le plus en mesure de nous renseigner sur l'efficacité de notre solveur en condition purement neutre.

### **8.3 Deuxième comparaison (C2) : ABLPisoSolver et HAZ**

Le NREL a distribué un solveur LES pour la CLA lors du 6th OpenFOAM Workshop en juin 2011. Il est basé sur une combinaison du solveur RANS buoyantBoussinesqPisoFoam et du solveur RANS/LES pisoFoam de la version 1.6 d'OpenFOAM sur lequel plusieurs modifications ont été apportées. Il porte le nom d'ABLPisoSolver.

#### **8.3.1 Disparités pertinentes avec LESforABL**

Malgré que LESforABL emprunte certaines caractéristiques d'ABLPisoSolver, il n'en demeure pas moins que des différences importantes sont présentes. Une particularité du solveur du NREL est la modification du code afin d'utiliser directement le tenseur des contraintes déviatoriques effectives. Celui-ci est calculé aux faces suite à une interpolation du tenseur des taux de déformation qui originellement provient du centre des cellules. Un avantage de procéder ainsi est de permettre la prescription directe d'un cisaillement à la paroi puisque dorénavant un champ tensoriel surfacique du tenseur des contraintes déviatoriques effectives existe. Un second avantage est d'éliminer la nécessité d'interpoler la viscosité tourbillonnaire de sous-filtre aux faces lors du calcul de la divergence du tenseur des contraintes déviatoriques effectives (*Voir* section 5.2). En contrepartie, cette divergence ne peut qu'être entièrement explicite (*Voir* chapitre 5) et surtout cette approche empêche toute compatibilité avec les modèles de sous-filtres présents et futurs offerts par la distribution officielle d'OpenFOAM car ils sont tous appliqués aux centres des volumes. Par ailleurs, le solveur vient avec Smagorinsky comme seul modèle de sous-filtre, reprogrammé pour respecter les différentes modifications mentionnées et intégré à l'exécutable.



Une autre particularité importante réside dans le tenseur des taux de déformation proche-paroi. À la suite d'une procédure particulière, le solveur du NREL prescrit au niveau  $p$  le tenseur des taux de déformation calculé aux faces directement au-dessus des nœuds proche-parois (niveau  $f$ ). Ainsi, il retrouve une hypothétique viscosité tourbillonnaire de sous-filtre au niveau  $p$  équivalente à celle du niveau  $f$  puisque la longueur d'échelle est partout la même. C'est une façon de faire approximativement équivalente à la loi de gradient proche-paroi utilisée dans LESforABL où le facteur  $a_l$  est de un. Les différences sont qu'au lieu d'inclure seulement les gradients normaux à la paroi, tout le tenseur est utilisé et que cette méthode est intégrée au modèle de sous-filtre. Le modèle Smagorinsky présent dans ABLPisoSolver peut alors être considéré comme fonctionnant avec un certain amortissement de sa constante proche-paroi puisqu'il sous-estime le gradient vertical de vitesse à cet endroit. On retrouve aussi une approche équivalente pour le gradient de température proche-paroi.

De plus, le gradient de pression d'entraînement utilisé et le comportement du modèle de sous-filtre en présence de stratification thermique se situent en marge de ce qu'on retrouve dans la littérature scientifique alors qu'aucune démonstration ou validation n'accompagne le code ni documentation pour justifier ces différences.

Le gradient de pression d'entraînement ne peut être, à moins d'une modification du code, qu'évolutif. L'utilisateur d'ABLPisoSolver a le choix de prescrire une vitesse à une hauteur choisie. Lors du calcul, une approximation linéaire de la vitesse à cet endroit à partir des vitesses aux nœuds des deux rangées sous celle-ci est évaluée. Cette évaluation est comparée avec la vitesse désirée. Un ajustement du gradient de pression qui maintient l'écoulement est alors appliqué afin qu'en tout temps le solveur obtienne la vitesse du vent à la hauteur choisie par l'utilisateur.

Quant au modèle de sous-filtre présent, bien que le solveur soit programmé pour être en mesure de faire des cas neutres et convectifs, seul le nombre de Prandtl turbulent est ajusté pour tenir compte de la stratification thermique selon une adaptation du modèle de Deardorff (Deardorff, 1980; Moeng, 1984).

Finalement, quoique l'ordre de résolution des différents champs dynamiques et physiques est quasiment le même, aucune super-boucle ou procédure renforçant le couplage vitesse-pressure-température potentielle n'est implémentée. À ce sujet, le solveur en présence de stratification thermique se comporte anormalement (Churchfield et Moriarty, 2011; Churchfield et al., 2010).

### 8.3.2 Conditions de simulation

Le but recherché étant de comparer les deux solveurs en ayant des conditions de simulations semblables, une comparaison sans couche d'inversion a été jugée préférable. Puis, un ajout a été apporté à ABLPisoSolver pour être en mesure d'utiliser un gradient de pression d'entraînement statique.

Les comparaisons produites se font avec les conditions de A94 où le maillage a été ajusté pour différentes simulations afin de se situer dans le HAZ. Le champ initial de vitesse et de pression provient d'un des résultats à  $1 \cdot 10^5$  s de la comparaison précédente (C1) où une interpolation linéaire est pratiquée pour se conformer aux différents maillages. Ainsi, sous un maillage donné, les solveurs démarrent avec un champ identique à l'état quasi-stationnaire. Il devient alors justifiable de faire une seule simulation à titre de comparaison. Le modèle de sous-filtre est celui du Smagorinsky avec une constante de 0,15. Pour LESforABL, le facteur  $a_I$  est de un. Le CFL est limité à une valeur maximale de 0,3 et les simulations se font sur  $5 \cdot 10^4$  s.

À la frontière du haut, pour être davantage en accord avec ABLPisoSolver, seule une prescription de viscosité tourbillonnaire sous-filtrée nulle diffère de C1. À ce sujet, notre expérience suggère que les deux conditions à cette frontière ( $v_{FS} = 0$  et  $\partial_3 v_{FS} = 0$ ) sont équivalentes dans les conditions de simulation actuelles, mais que la première est davantage fidèle au code du NREL qui prescrit un cisaillement nul à la paroi supérieure.

À la frontière du bas, les deux lois de parois, SG et MWB ( $\beta = -0,15$ ), ont été utilisées alors que les autres conditions sont similaires à la comparaison C1.

### 8.3.3 Résultats et analyse des résultats

Il est attendu que les résultats nous permettent à la fois une comparaison entre les solveurs LESforABL et ABLPisoSolver, mais aussi de brièvement vérifier le concept du HAZ sous OpenFOAM et de comparer les lois de parois utilisées.

#### 8.3.3.1 Zone de Haute Précision

Plusieurs maillages ont été testés afin d'obtenir une simulation dans le HAZ pour chacune des lois de paroi implémentées dans LESforABL (*Voir figure 8.10*).

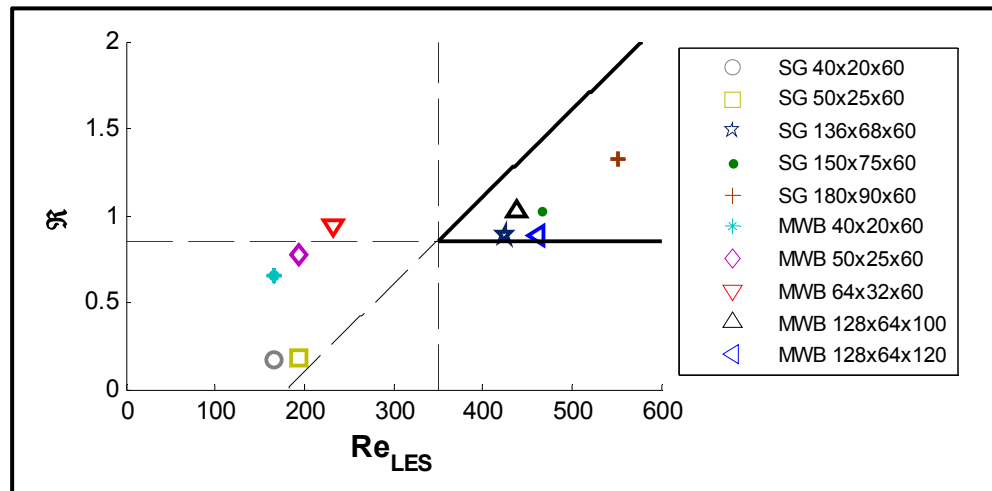


Figure 8.10 Espace de l'ensemble des paramètres du HAZ sous différents maillages et lois de paroi selon les conditions de A94 avec le solveur LESforABL

En premier lieu, les résultats permettent d'observer que, au contraire de  $Re_{LES}$ ,  $\mathfrak{R}$  est clairement influencé par la loi de paroi. Pour un maillage équivalent, on obtient un ratio des contraintes résolues versus sous-filtrées davantage important avec la loi MWB qu'avec celle de SG. Une explication plausible est que les approximations menant à la définition analytique

pour  $\mathfrak{R}$  applicables au modèle Smagorinsky ne sont plus valides sous une loi de paroi qui corrige le déficit de variances de vitesse proche-paroi. En améliorant la partie résolue proche-paroi, la loi MWB interfère nettement sur la démarche que poursuivent BW10. Dans ce cas, il faut interpréter que proche-paroi, on est en quelque sorte en présence de deux modèles de viscosité tourbillonnaire de sous-filtres différents.

En second lieu, conformément à BW10, on note que le resserrement du ratio des longueurs de mailles tout en conservant le même raffinement vertical a en effet comme conséquence de déplacer la simulation dans l'espace de l'ensemble des paramètres selon une pente définie. En ce sens, la méthodologie proposée par les auteurs (*Voir* sous-section 4.6.4) fonctionne.

Finalement, les maillages sélectionnés pour notre comparaison avec ABLPisoSolver seront  $150 \times 75 \times 60$  avec la loi SG et  $128 \times 64 \times 120$  avec la loi MWB. Toutes deux ont comme particularité de se situer près l'un de l'autre dans le HAZ.

### 8.3.3.2 Énergie cinétique turbulente résolue

Les simulations, débutant avec un champ quasi-stationnaire, ont une énergie cinétique turbulente résolue qui est déjà développée. L'intérêt est alors davantage d'observer si les deux solveurs développent approximativement la même quantité d'énergie cinétique. La figure ci-dessous (*Voir* figure 8.11) tend à confirmer que c'est le cas.

On constate qu'à partir de  $tf_c=2$ , le développement de l'énergie cinétique turbulente atteint son régime permanent. Une correspondance entre les deux solveurs pour le maillage  $128 \times 64 \times 120$  (non montré) est aussi retrouvée.

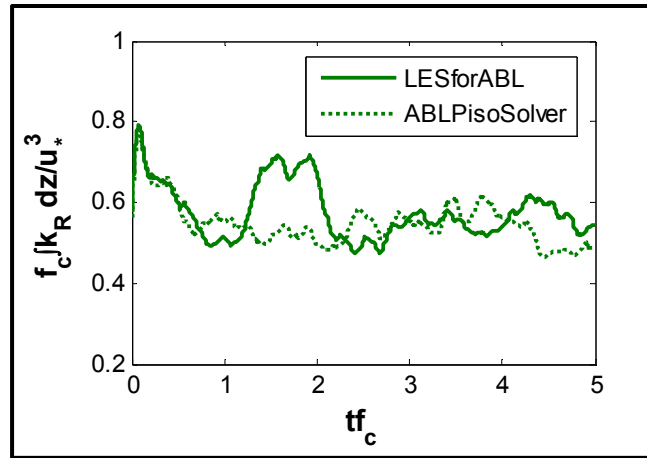


Figure 8.11 Évolution comparative de l'énergie cinétique turbulente résolue sous un maillage de 150x75x60 selon les conditions de A94 avec une loi de paroi SG

### 8.3.3.3 Mesures de l'instationnarité

Les mesures d'instationnarité permettent de comparer si les deux solveurs proposent une évolution temporelle similaire et de connaître la plage temporelle pour les statistiques.

La figure 8.12 illustre que l'instationnarité est similaire et qu'une prise de données comprise entre  $2 \leq tf_c \leq 4$  permet de capturer approximativement une demi-période inertielle. Avec cette plage temporelle (où  $\Delta t \approx 0,68$  s) et une écriture des moyennes spatiales avec  $\psi = 5$ , les statistiques moyennées temporellement auront un échantillon par hauteur discrète identique de 5948 résultats.

On retrouve aussi une correspondance entre les deux solveurs pour le maillage 128x64x120 (non montré) alors que l'échantillon par hauteur discrète est cette fois-ci de 5171 résultats ( $\Delta t \approx 0,77$  s).

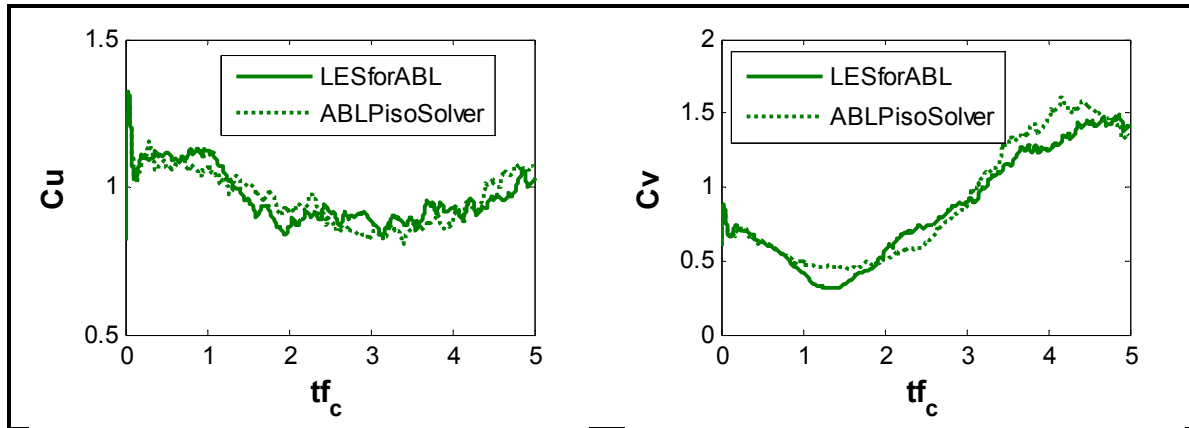


Figure 8.12 Évolution comparative de l'instationnarité sous un maillage de 150x75x60 selon les conditions de A94

#### 8.3.3.4 Composantes horizontales de vitesse

Dans le cas présent, une comparaison de profil vertical des composantes horizontales de la vitesse (*Voir* figure 8.13) est particulièrement intéressante. D'abord, parce qu'une différence importante réside dans la manière dont les lois de paroi sont implémentées dans chacun des solveurs. Puis, parce que lors de la comparaison C1, on remarquait que la vitesse du vent géostrophique n'était pas retrouvée à la frontière supérieure.

Cela nous permet d'observer initialement que la résolution du maillage et la loi de paroi ont un impact significatif sur la composante horizontale de vitesse perpendiculaire au vent géostrophique loin de la paroi. A priori (*Voir* Annexe X), une résolution horizontale raffinée permet d'approcher la composante de vitesse  $v$  de sa valeur géostrophique à la frontière supérieure dans les conditions de A94. Quoiqu'indésirable, il est difficile de juger si ce comportement est courant puisque, pour la LES, la non-convergence des résultats sous différents maillages est documentée (Brasseur et Wei, 2010). De plus, aucun article connu ne montre ses profils verticaux des composantes de vitesse pour différents maillages dans des conditions similaires. Au mieux, on peut y mentionner que de résoudre spatialement davantage améliore les résultats.

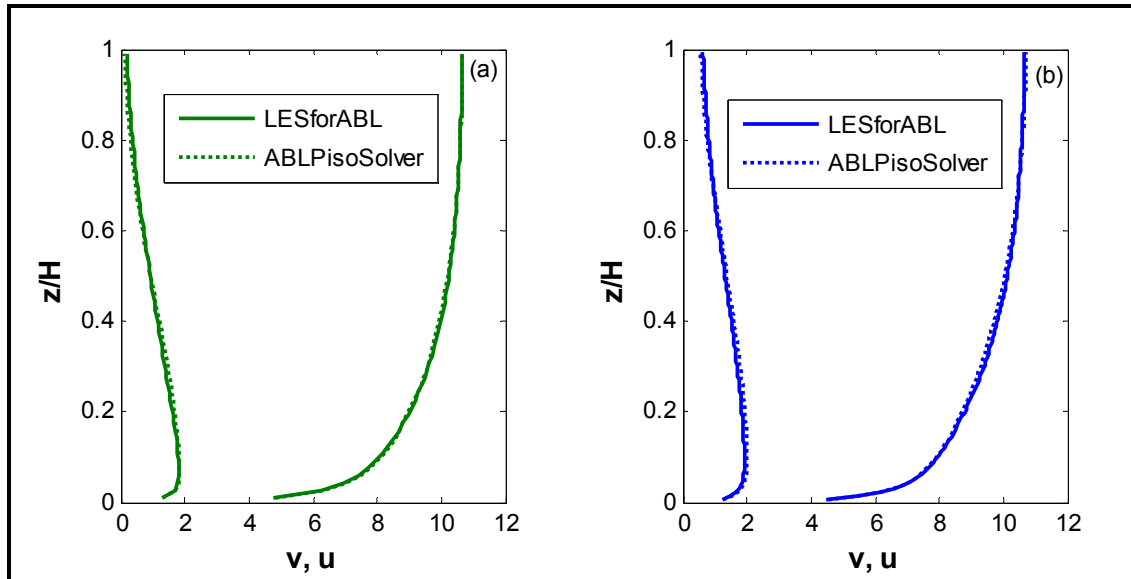


Figure 8.13 Profil vertical moyen des composantes horizontales de vitesse en fonction du solveur sous (a) un maillage de 150x75x60 et une loi de paroi SG et sous (b) un maillage de 128x64x120 et une loi de paroi MWB selon les conditions de A94

Finalement, on remarque que les profils ont un développement vertical en pratique indépendant du solveur utilisé. Cela confirme une fois de plus la validité des lois de parois implémentées.

### 8.3.3.5 Gradient vertical adimensionnel moyen de vitesse

La raison principale du respect des trois critères du HAZ est d'éliminer la surestimation du gradient vertical adimensionnel moyen de vitesse et de rétablir la correspondance avec la loi logarithmique dans la couche de surface. En plus d'une comparaison entre solveurs avec nos deux simulations à l'intérieur du HAZ, une autre regroupée par loi de paroi est présentée dans les figures qui suivent. Pour être conséquent avec l'article de BW10 et contrairement à la comparaison de la section précédente (C1), le gradient adimensionnel est ici obtenu à l'aide de la définition classique où la moyenne spatiale est pratiquée sur le module des composantes horizontales de vitesse.

La figure 8.14-a illustre que le gradient vertical adimensionnel moyen de vitesse pour  $z/H < 0,1$  est substantiellement diminué lorsque la loi de paroi SG est utilisée et que la simulation se situe dans le HAZ. Le décalage observé par rapport à l'unité s'expliquerait par la constante de von Kármán reportée (Stull, 1988) se situant entre 0,35 et 0,42 alors que, dans le cadre de ce travail, une valeur intermédiaire de 0,4 est utilisée. Un autre comportement particulier aux simulations dans le HAZ, la surestimation proche-paroi, est aussi retrouvée. BW10 attribuent ce comportement à la nature fictive du cisaillement à la paroi par rapport à son instationnarité réelle que prescrit une loi de paroi du même type que celle de SG. Par contre, contrairement à l'article, aucune indépendance des résultats en fonction du maillage n'est constatée lorsque les simulations sont situées dans le HAZ.

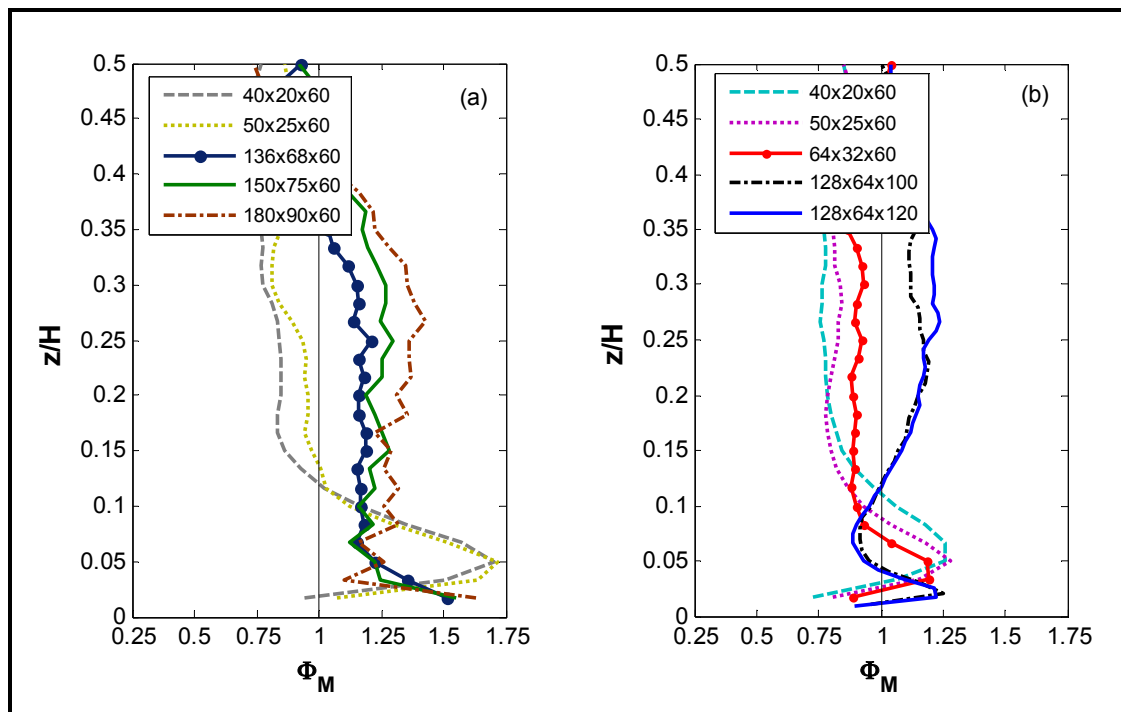


Figure 8.14 Gradient vertical adimensionnel moyen de vitesse sous différents maillages avec (a) une loi de paroi SG et (b) une loi de paroi MWB selon les conditions de A94 avec le solveur LESforABL

Il semble que plus la simulation s'enfonce dans le HAZ, plus le profil penche loin de la similitude. Puisqu'aucune autre publication à ce jour ne reprend ni approfondit les résultats obtenus par BW10, il est encore une fois difficile de se prononcer avec certitude. Au moins



trois possibilités demeurent : la solution proposée par les auteurs est code/algorithmes-dépendant, une approche complémentaire est nécessaire et/ou la surestimation des contraintes rencontrée précédemment perturbe passablement la physique en région proche-paroi.

Quant à la figure 8.14-b, elle illustre que l'apport de la loi de paroi MWB a un impact significatif sur le comportement de la simulation. Cette loi diminue l'intensité de  $\Phi_M$  peu importe le maillage, mais selon un profil de couche de surface oscillant à la verticale. L'augmentation de  $\Re$  qu'elle cause n'est sûrement pas étrangère à ce comportement.

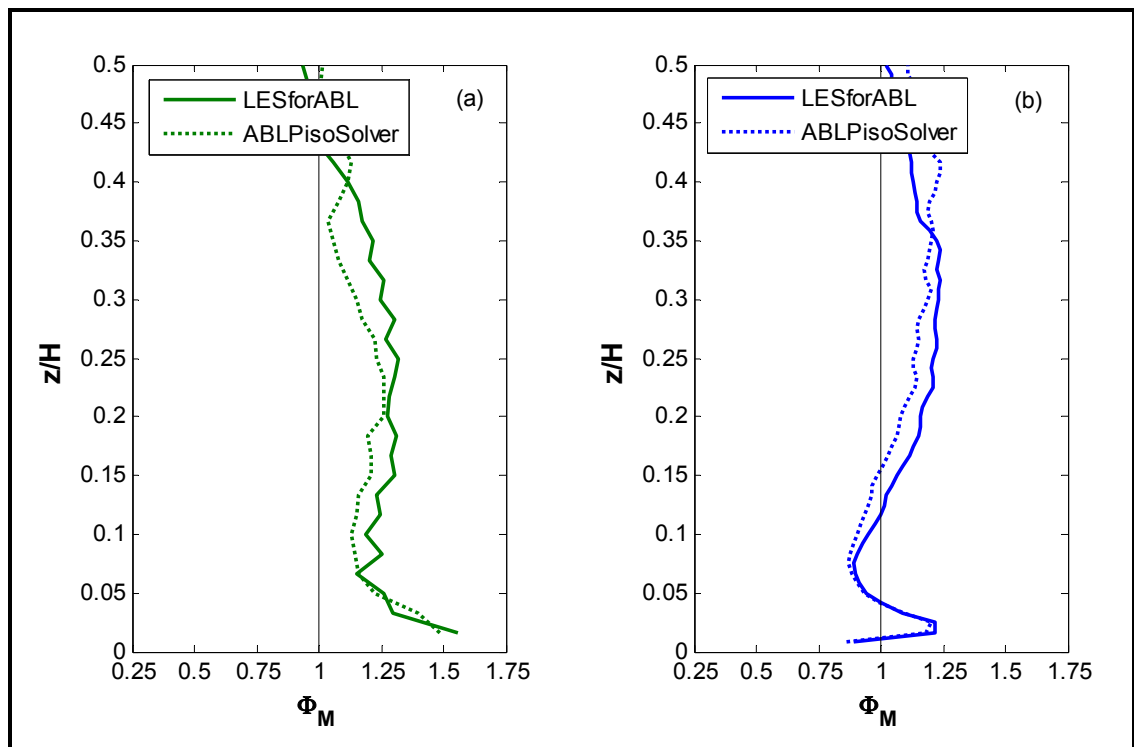


Figure 8.15 Gradient vertical adimensionnel moyen de vitesse en fonction du solveur sous (a) un maillage de  $150 \times 75 \times 60$  et une loi de paroi SG et sous (b) un maillage de  $128 \times 64 \times 120$  et une loi de paroi MWB selon les conditions de A94 et à l'intérieur du HAZ

Puis, la figure 8.15 montre que les profils du gradient vertical adimensionnel moyen de vitesse évoluent similairement pour les solveurs LESforABL et ABLPisoSolver. Toutefois, ce dernier obtient des résultats davantage voisins d'une similitude basée sur une constante de von Kármán de 0,4. Tout porte à croire que les observations tirées de la figure 8.14

s'appliquent aussi au solveur du NREL. En ce sens, tous deux ne reproduisent pas la convergence de maillage de l'article de BW10 qui est basé sur un code réputé moins diffusif numériquement (pseudo-spectral en  $x, y$  et différence finie en  $z$ ). Pour ce qui est de l'écart des résultats entre les deux solveurs, une explication est tentée plus loin.

Il est à noter que les vitesses de frottement obtenues pour les deux solveurs sont similaires (Voir tableau 8.1), la différence étant contenue à l'intérieur d'une marge de 1,5%.

Tableau 8.1 Vitesse de frottement moyennée entre 2 et  $4 t_f^c$  en fonction du solveur sous (a) un maillage de  $150 \times 75 \times 60$  et une loi de paroi SG et sous (b) un maillage de  $128 \times 64 \times 120$  et une loi de paroi MWB selon les conditions de A94

	$u_* \text{ (m/s)}$	
	(a)	(b)
LESforABL	0,408	0,449
ABLPisoSolver	0,414	0,455
Écart (%)	1,5	1,3

### 8.3.3.6 Viscosité tourbillonnaire de sous-filtre

Une seconde différence mentionnée entre le solveur LESforABL et ABLPisoSolver réside dans la manière dont est calculée la divergence du tenseur des contraintes déviatoriques effectives. Le NREL mentionne sans justification qu'en évitant d'interpoler aux faces la viscosité tourbillonnaire de sous-filtre, leur solveur est moins dissipatif (Churchfield, 2011). Une façon de le vérifier est de comparer les profils verticaux de viscosité tourbillonnaire de sous-filtre pour chacun des solveurs. De par C1, il a été remarqué que le profil vertical moyen de viscosité tourbillonnaire de sous-filtre est quasi-indépendant de l'instationnarité (non montré). Il est alors davantage opportun de comparer en se basant sur une moyenne établie à partir d'une seule simulation. Par principe de conservation énergétique, dans des conditions de simulations comparables, on doit s'attendre à ce que le terme de dissipation dans l'équation de la conservation de la quantité de mouvement soit inférieur sous un solveur

davantage dissipatif numériquement. Les comparaisons de nos deux maillages sont présentées aux figures suivantes.

On observe à la figure 8.16 que la différence du profil moyen de viscosité tourbillonnaire de sous-filtre entre les deux solveurs est plus marquée lorsque la résolution verticale est moindre. Cela tend à démontrer que l'interpolation linéaire de la viscosité tourbillonnaire de sous-filtre aux faces (*Voir* section 5.2) augmente en effet la dissipation numérique. Pour les profils du solveur LESforABL, la viscosité tourbillonnaire de sous-filtre a été ramenée aux faces par le même schéma d'interpolation qu'utilise OpenFOAM (CD) afin de retrouver la viscosité vue en quelque sorte par l'opérateur de divergence (et laplacien) lors du calcul du terme de diffusion tourbillonnaire.

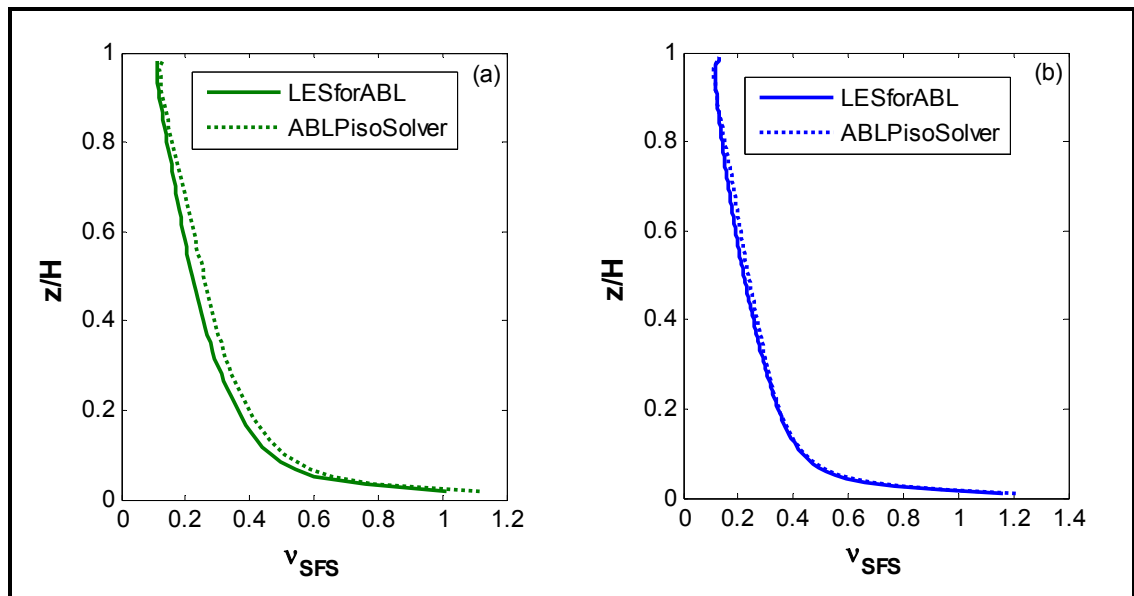


Figure 8.16 Profil vertical moyen de la viscosité tourbillonnaire de sous-filtre en fonction du solveur sous (a) un maillage de 150x75x60 et une loi de paroi SG et sous (b) un maillage de 128x64x120 et une loi de paroi MWB selon les conditions de A94

### 8.3.3.7 Variances résolues et flux verticaux de quantité de mouvement

Les profils verticaux des variances résolues des composantes de vitesse ainsi que des flux verticaux résolus et sous-filtrés de quantité de mouvement obtenus avec le solveur

LESforABL en comparaison avec ceux d'ABLPisoSolver sont présentés aux figures 8.17 à 8.19.

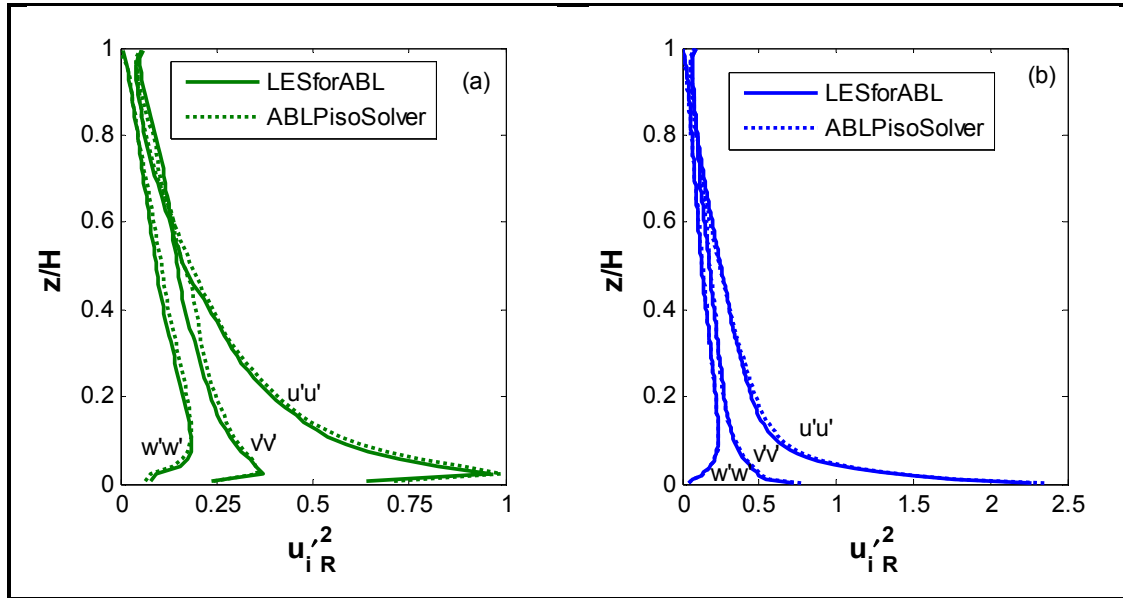


Figure 8.17 Profils verticaux moyens des variances résolues de vitesse en fonction du solveur sous (a) un maillage de 150x75x60 et une loi de paroi SG et sous (b) un maillage de 128x64x120 et une loi de paroi MWB selon les conditions de A94

En premier lieu, à la figure 8.17, on remarque que la loi MWB corrige le déficit de variances résolues proche-paroi. L'introduction d'un facteur non linéaire permet un cisaillement local qui semble être davantage en accord avec l'instationnarité de la solution. Cela suppose que le pic de la variance résolue observée pour la composante de vitesse en direction du vent géostrophique lors d'une simulation avec loi de paroi de type SG est causé par une sous-représentation de l'énergie cinétique turbulente résolue proche-paroi. Le cisaillement local qu'elle prescrit étant possiblement trop en phase avec la direction de l'écoulement au niveau proche-paroi, la région devient hostile au développement de tourbillons. On perçoit aussi que le solveur du NREL propose des variances résolues légèrement plus élevées surtout en présence d'une résolution verticale plus grossière.

En deuxième lieu, les figures 8.18 et 8.19 démontrent que les profils sont similaires pour les deux solveurs, mais qu'ils le sont davantage lorsque le maillage vertical est raffiné. Avec

ABLPisoSolver, la partie résolue et sous-filtrée étant dans l'ordre constamment plus élevée et identique avec les conditions (a), il semble que ce soit la conséquence d'une solution moins dissipative numériquement. En moyennant l'énergie cinétique turbulente résolue sur la plage temporelle proposée (*Voir* tableau 8.2), on constate qu'effectivement la turbulence résolue est plus importante. Si l'indifférence des flux sous-filtrés se transpose aussi aux variances sous-filtrées, on pourrait dire que le NREL propose un solveur qui est davantage turbulent sous des maillages grossiers.

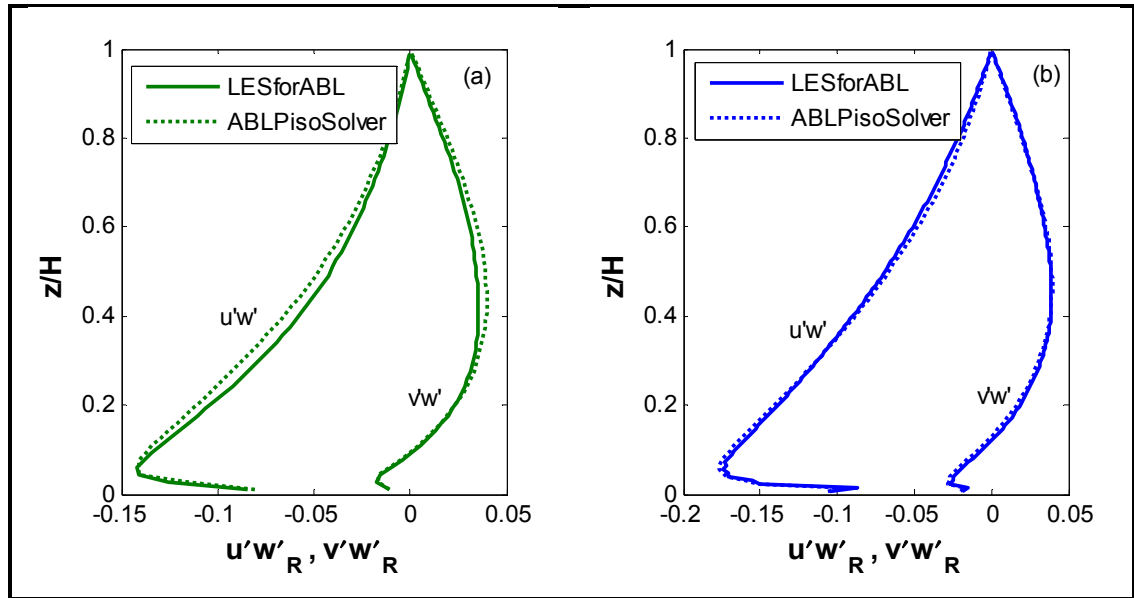


Figure 8.18 Profils verticaux moyens des flux verticaux tourbillonnaires résolus en fonction du solveur sous (a) un maillage de 150x75x60 et une loi de paroi SG et sous (b) un maillage de 128x64x120 et une loi de paroi MWB selon les conditions de A94

Néanmoins, puisque l'écart obtenu entre les deux solveurs pour les résultats de  $\Phi_M$  (*Voir* figure 8.15) apparaît insensible au raffinement vertical à l'inverse des autres profils (*Voir* figures 8.13 et 8.16 à 8.18), la différence de  $\Phi_M$  aurait plutôt sa source au niveau proche-paroi, région critique où de légères différences peuvent avoir un impact important. Il devient alors difficile de départager si elle est la conséquence de la procédure adoptée pour le tenseur des taux de déformation à cet endroit ou encore du traitement de la divergence du tenseur des contraintes déviatoriques effectives qui, spécifiquement au niveau proche-paroi, aurait un effet particulier.

Soulignons au passage que les profils en région proche-paroi sont quasiment les mêmes. Rappelons que précédemment, à C1, on soulevait une différence notable du cisaillement à cet endroit en comparaison des résultats présents dans A94. On peut alors avancer que le solveur du NREL reproduit l'erreur du sur-cisaillement total en région proche-paroi.

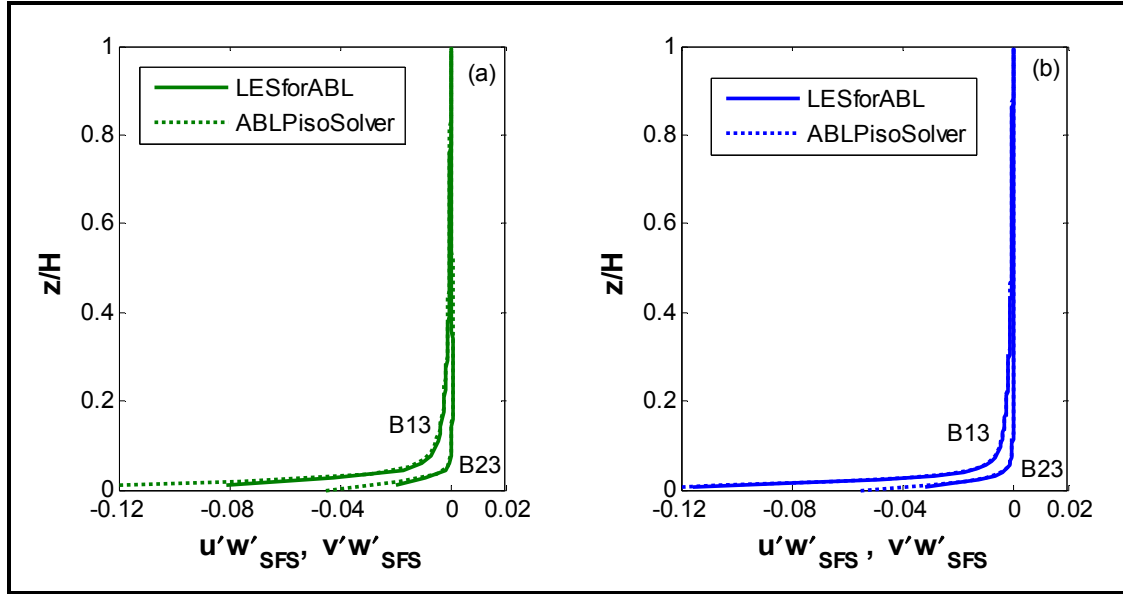


Figure 8.19 Profils verticaux moyens des flux verticaux tourbillonnaires sous-filtrés en fonction du solveur sous (a) un maillage de 150x75x60 et une loi de paroi SG et sous (b) un maillage de 128x64x120 et une loi de paroi MWB selon les conditions de A94

Tableau 8.2 Énergie cinétique turbulente résolue moyennée entre 2 et 4  $tf_c$  en fonction du solveur sous

(a) un maillage de 150x75x60 et sous (b) un maillage de 128x64x120 selon les conditions de A94

	$k_R (10^4 \text{m}^2/\text{s}^2)$	
	(a)	(b)
LESforABL	8,976	20,33
ABLPisoSolver	9,418	20,44
Écart (%)	5,7	0,5

Notons aussi que la différence des profils des flux sous-filtrés de vitesse en dessous du niveau proche-paroi provient exclusivement du cisaillement sous-filtré qui est directement prescrit à la paroi pour ABLPisoSolver. La statistique est alors aisément disponible. Dans

notre cas, quoique demandant un post-traitement un peu plus complexe, il demeure possible de l'ajouter aux figures, mais cela n'a pas été jugé pertinent puisque les vitesses de frottement correspondent.

#### 8.3.4 Conclusion de la deuxième comparaison

Cette deuxième comparaison s'est avérée informative. Tout d'abord, on a pu percevoir que le raffinement horizontal du maillage et la loi de paroi a un impact important sur la variation verticale de la composante de vitesse horizontale perpendiculaire au vent géostrophique lorsqu'on est en présence d'une simulation avec une condition de couvercle sans frottement comme condition d'arrêt à la progression de la CLA.

Puis, C2 a permis de constater que la théorie du HAZ offre un comportement en demi-teinte lorsqu'utilisée avec OpenFOAM. D'un côté, il est encourageant d'être en mesure d'obtenir un profil de gradient adimensionnel moyen de vitesse avec une surestimation atténuée de façon significative comparable à ce que rapporté par BW10. De l'autre, il n'a pas été possible de retrouver une correspondance de maillage. Il reste à déterminer si les frontières dans l'espace de l'ensemble des paramètres  $(\mathfrak{R}^*, Re_{LES}^*, N_{z_l}^*)$  proposées par les auteurs sont applicables aux volumes finis et/ou si une approche complémentaire est nécessaire. En premier lieu, il serait plus sage de corriger entièrement la surestimation du cisaillement en région proche-paroi avant de se prononcer définitivement.

Ensuite, on a remarqué que la loi de paroi peut avoir un effet substantiel sur le comportement de la simulation. C'est une observation importante puisque le contraire a été affirmé par certains auteurs lors d'évaluations de quelques lois (Sullivan, McWilliams et Moeng, 1994). La loi MWB corrige en effet le déficit de variances des composantes de vitesse horizontales et a un impact intéressant sur  $\Phi_M$ . Elle confirme d'ailleurs que le gradient vertical de vitesse est fortement influencé par la partie résolue proche-paroi.

Finalement, le comportement de notre solveur se compare à celui du NREL. La différence, souvent faible, entre les deux solveurs est explicable en partie par une approche distincte du traitement de la divergence du tenseur des contraintes déviatoriques effectives qui permet à ABLPisoSolver d'offrir une solution ayant moins de dissipation numérique. L'amélioration apportée par cette dissipation moindre est néanmoins effacée sous un maillage vertical raffiné. Il demeure toutefois possible qu'elle joue encore un rôle au niveau proche-paroi comme en font foi les profils verticaux de  $\Phi_M$ . Une autre possibilité est que cette amélioration provienne de la prescription particulière du tenseur des taux de déformation proche-parois. Dans tous les cas, les problèmes rencontrés sont les mêmes. La compatibilité respectée par LESforABL envers les librairies d'OpenFOAM est donc un avantage qui semble être plus prometteur puisqu'il permet l'accès à des modèles de sous-filtre variés qui eux, somme toute, ont un impact majeur sur la dissipation. De plus, il demeure possible de développer des librairies d'interpolation plus appropriées.

L'ajout d'une inversion de température potentielle étant un procédé privilégié par de nombreux auteurs (*Voir* sous-section 4.4.3) pour contenir la CLA à une hauteur définie, la prochaine étape serait de comparer notre solveur en présence de stratification thermique tout en limitant les différences possibles avec la méthodologie d'une publication étalon.

#### **8.4 Troisième comparaison (C3) : MC2**

Une version raffinée du modèleur atmosphérique MC2 pour lui permettre de traiter des cas à micro-échelle selon la méthode LES a récemment vu le jour (Gasset, à paraître). L'intérêt de l'utiliser comme base de comparaison est manifeste. D'abord parce que l'auteur a fait une évaluation exhaustive des modifications apportées en se comparant notamment à une série de simulations du vent de CLA provenant d'un code LES pseudo-spectral (Moeng et Sullivan, 1994) développé au *National Center of Atmospheric Research* (NCAR) largement utilisé par la communauté (Brasseur et Wei, 2010; UCAR, 2010), mais limité par des conditions frontières de périodicité (Churchfield et al., 2010). Ensuite, surtout parce qu'un des objectifs principaux est de tirer des observations suites à des comparaisons directes entre les deux



méthodes numériques. Fait intéressant, certaines de ces simulations étaient en condition neutre avec inversion thermique.

#### **8.4.1 Disparités pertinentes avec LESforABL**

Les disparités entre l'algorithme utilisé par la version raffinée de MC2 et celui d'OpenFOAM sont nombreuses et parfois significatives. Mentionnons seulement que MC2 utilise un schéma semi-Lagrangien pour traiter la dérivée matérielle, que sa méthode de discrétisation numérique est construite à partir d'un maillage décalé et que la résolution des différents champs dynamiques est couplée. Puis, contrairement à notre solveur, il résout sans simplification la nature du fluide considérée pleinement compressible.

Pour OpenFOAM comme pour la description des équations gouvernantes utilisées dans ce travail, la dérivée matérielle est traitée, conformément à la représentation Eulérienne du terme de transport, en deux parties séparées : la dérivée temporelle (locale) et la dérivée spatiale (convective). Dans un tel type de représentation, les schémas de discrétisation des termes temporel et de convection n'utilisent que les valeurs des champs à proximité lors de leur résolution. Les schémas Eulériens sont donc considérés comme étant purement locaux. Quant au schéma semi-Lagrangien, il résout plutôt de manière globale en se basant sur une estimation de la trajectoire de la région discrète du fluide à analyser pour obtenir les champs antérieurs et ainsi évaluer la dérivée matérielle présente sous une seule différence finie. Cette manière de procéder est souvent rencontrée dans le domaine de la météo numérique (Holton, 2004) principalement pour des raisons de coût de calculs moindre associé à une stabilité plus grande pouvant accommoder des CFL plus imposants. On sait que la prévision météorologique se fait sur des domaines à très grande échelle où les résultats doivent être obtenus rapidement. C'est donc un atout important. En contrepartie, on retrouve parfois de la documentation (Randall, 2011) soulignant le caractère dissipatif de ce schéma, mais difficilement quantifiable

Une disparité supplémentaire entre OpenFOAM et MC2 réside dans la structure du maillage (Voir figure 8.20). De par son organisation décalée, la structure du maillage de MC2 évite d'avoir à prescrire des conditions frontières pour les composantes horizontales de vitesse et pour la température à la paroi inférieure où leurs comportements sont indéfinis de par la rugosité du sol. L'avantage est qu'aucune approximation sur les gradients verticaux via une loi de gradient proche-paroi n'est nécessaire.

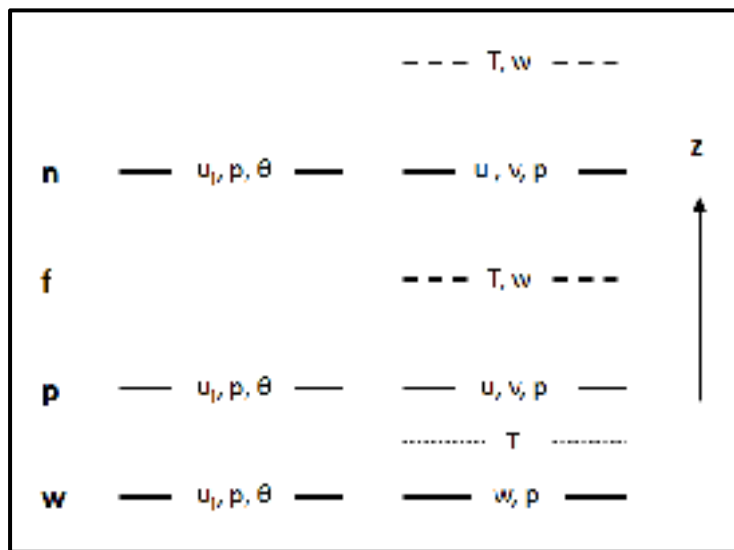


Figure 8.20 Comparaison des niveaux de résolution des champs dynamiques entre OpenFOAM à gauche et MC2 à droite. Représentation de la partie en proximité de paroi. Le motif répétitif de la partie éloigné des frontières débute au niveau  $p$ .

Un autre atout supplémentaire de MC2 réside dans sa résolution couplée qui permet aux champs dynamiques d'interagir sous une même matrice. Aucun algorithme séquentiel n'est alors nécessaire et tous les opérateurs mathématiques sont théoriquement accessibles de manière implicite. Le couplage de la dynamique est alors à son niveau maximum.

Puis, en dernier lieu, puisque MC2 tient compte des effets de compressibilité, les faibles erreurs (Ferziger et Peric, 1996) associées à une approximation par la flottabilité de Boussinesq dans nos conditions de simulations ne sont pas reproduites.

Ainsi, on reconnaît d'emblée que le modèleur atmosphérique MC2 semble plus approprié pour les écoulements de vent atmosphériques. Néanmoins, il n'a pas la flexibilité qu'OpenFOAM ni son impressionnante communauté d'utilisateurs qui ne cesse d'en améliorer et d'en diversifier le contenu.

#### 8.4.2 Conditions de simulation

L'approche recherchée est de reproduire le plus fidèlement possible les conditions de simulations utilisées pour une des évaluations qu'on retrouve dans la thèse de Gasset (nommé ci-après G12). La démarche de l'auteur est d'obtenir des résultats produits à partir d'un ensemble de simulations avec des paramètres semblables, mais où l'initialisation comprend un processus stochastique lors de l'ajout de perturbations sur les profils des composantes de vitesse initiaux. Comme pour la première comparaison C1, l'intérêt est de minimiser l'influence de l'initialisation et de l'instationnarité sur les résultats moyens. Afin de reproduire cette approche, cinq simulations sont pratiquées et elles débutent avec un champ de vitesse conforme au vent géostrophique où des perturbations aléatoires sont ajoutées aux quatre premières rangées de cellules à proximité du sol selon une distribution normale  $N(0; 0,1)$ . Chaque initialisation utilise une clé de démarrage des nombres aléatoires différente.

Nos simulations tentent de reproduire le cas  $S_g^m$  de l'auteur. En conséquence, le domaine de simulation est de  $(2000 \times 2000 \times 1000) \text{ m}^3$  en direction  $x$ ,  $y$  et  $z$  respectivement avec un maillage de  $64 \times 64 \times 96$ . Selon G12, ce domaine est censé reproduire des résultats équivalents à celui utilisé à maintes reprises dans la littérature de  $(3000 \times 3000 \times 1000) \text{ m}^3$  dans les conditions de Moeng et al. (1994). Le facteur de Coriolis est de  $(0; 0; 1,031 \times 10^{-4}) \text{ s}^{-1}$  avec un gradient de pression d'entraînement qui balance un vent géostrophique de  $(u_g, v_g) = (15; 0) \text{ ms}^{-1}$ . Le modèle de sous-filtre est celui du SmagorinskyMETO avec une longueur d'échelle caractéristique de 4,6875 m et une constante de couplage en région proche-paroi  $n$  de deux. À l'initialisation, le profil vertical de température potentielle est de

300 K sous 468 m, il est suivi d'une inversion de  $0,128 \text{ Km}^{-1}$  jusqu'à 530,5 m (pour saut de total de 8 K) et se termine par une atmosphère stable de  $0,003 \text{ Km}^{-1}$ .

Aux frontières inférieures et supérieures, de par la différence dans la structure du maillage et la nature du fluide, on prescrit pour LESforABL des conditions frontières jugées équivalentes à celles de MC2 (*Voir* G12).

À la frontière du haut, la vitesse normale et les gradients des composantes de vitesse parallèles à la frontière sont nuls. Le gradient vertical de température est fixé à  $0,003 \text{ Km}^{-1}$ . Le gradient vertical de la déviation de pression est égal au terme de flottabilité local et la viscosité effective est de zéro.

À la frontière du bas, pour être conforme, une version locale de la loi de paroi SG avec une constante de von Kármán de 0,4 et une rugosité de 0,16 m est utilisée. Quant au gradient vertical de la déviation de pression, ici aussi, il est estimé égal au terme de flottabilité local. Finalement, pour le gradient vertical respectivement des composantes de vitesses et de la température potentielle proche-paroi,  $\text{gradMcorr}$  ( $a_1 = 0$ ;  $a_2 = 0,5$ ) et  $\text{gradTcorr}$  sont utilisés.

Les simulations se font sur  $6 \cdot 10^4$  s avec un pas de temps de 0,5 s qui correspond, après observation, à un CFL maximum de  $\sim 0,29$ . Il faut voir ce nombre de CFL comme étant basé sur la littérature recensée précédemment (*Voir* section 3.7) et non sur celui de la thèse de Gasset. Pour ce dernier, le schéma de convection semi-Lagrangien permet une valeur plus élevée. La moyenne des résultats se fait sur la plage temporelle comprise entre  $3 \cdot 10^4$  et  $6 \cdot 10^4$  s correspondant selon l'auteur à une demi-période inertielle en régime permanent. Les statistiques spatiales étant capturées avec  $\psi = 30$  (c.-à-d. chaque 15 s) pour chacune des cinq simulations, la moyenne d'ensemble se fait avec un échantillon de  $5 \cdot 2001$  résultats par hauteur discrète.

### 8.4.3 Super-boucles

Cette troisième comparaison peut aussi nous être utile pour observer l'influence cruciale des super-boucles sur le comportement du solveur LESforABL en présence de stratification thermique. En utilisant un maillage allégé de  $50 \times 50 \times 75$ , une plage temporelle limitée à 22 500 s (2,5 fois la plage temporelle utilisée par Moeng & Sullivan (1994) et discutée par G12), un CFL maximum de 0,5 et en se limitant à une seule simulation par nombre de super-boucles, une brève étude peut être effectuée sur son effet. Puisqu'un changement de l'algorithme de résolution peut avoir un effet sur l'évolution temporelle et sur les résultats moyens d'une simulation LES, nos observations dans les circonstances doivent se limiter aux statistiques moins sujettes à de grandes variations causées par le caractère instationnaire de notre écoulement. De par ses résultats, G12 démontre clairement que les profils verticaux des composantes de vitesse horizontales et de la température potentielle offrent cette stabilité statistique dans les conditions de simulation actuelles (ainsi que le profil de flux de quantité de mouvement). La moyenne des résultats se fait sur la plage temporelle comprise entre 10 445 et 22 500 s correspondant à 0,2 période inertielle en régime instationnaire. Les résultats pertinents sont présentés au tableau 8.3 et aux figures 8.21 et 8.22.

Tableau 8.3 Écart entre les temps de résolution en fonction du nombre de super-boucle(s) selon des conditions allégées du cas  $S_S^m$  de G12

Nombre de boucles	Écart par rapport à l'algorithme PISO avec flottabilité de Boussinesq disponible dans OpenFOAM (%)
1	+42
2	+95
3	+142
4	+189

Une bonne et une mauvaise nouvelle sont observées. La mauvaise est que chaque super-boucle supplémentaire augmente substantiellement le temps de résolution. Évidemment, le fait de retourner à plusieurs reprises dans la boucle PISO nécessite du temps de calcul

important. À la défense d'OpenFOAM, cette méthode offre des possibilités d'amélioration intéressante puisqu'elle n'a pas fait l'objet d'étude d'optimisation de notre part. De plus, il est déjà acquis (*Voir* sous-section 6.1.4) qu'il existe des méthodes plus performantes.

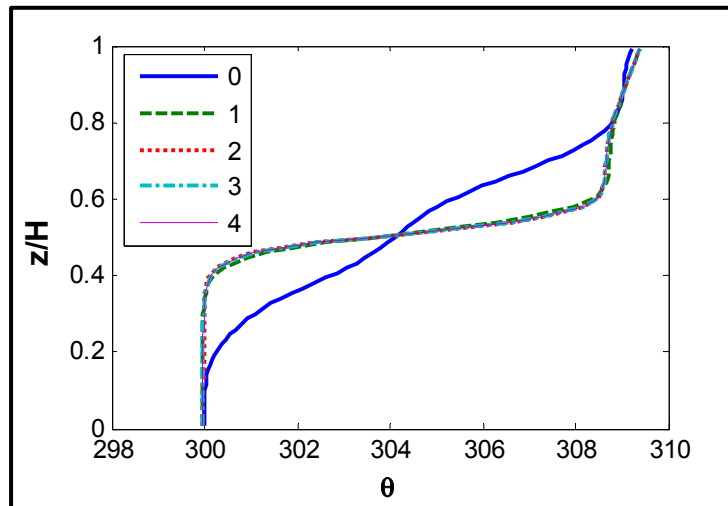


Figure 8.21 Profil vertical moyen de la température potentielle en fonction du nombre de super-boucle(s) selon des conditions allégées du cas  $S_S^m$  de G12

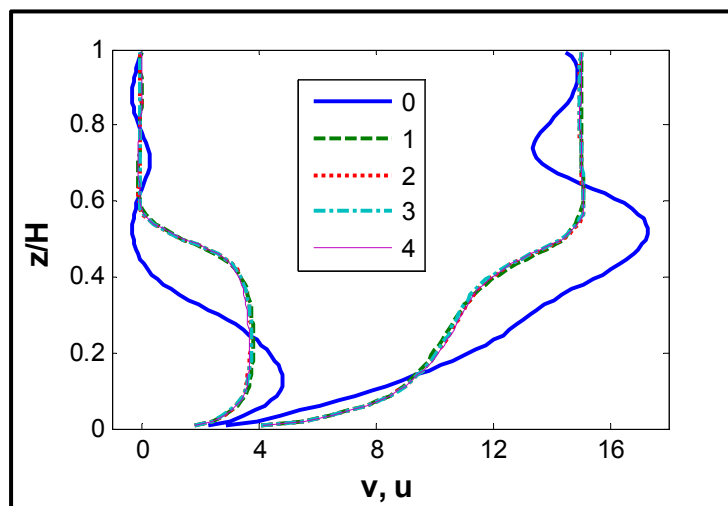


Figure 8.22 Profil vertical moyen des composantes horizontales de vitesse en fonction du nombre de super-boucle(s) selon des conditions allégées du cas  $S_S^m$  de G12

La bonne nouvelle est qu'une seule super-boucle semble nécessaire et surtout que l'amélioration des résultats est spectaculaire par rapport à la séquence de l'algorithme de résolution originale et celle légèrement modifiée proposée respectivement par OpenFOAM 1.6 avec le solveur RANS buoyantBoussinesqPisoFoam et par le NREL avec le solveur LES ABLPisoSolver. On remarque aisément qu'à partir d'une première super-boucle, celles suivantes n'ont plus d'impact significatif sur les résultats et qu'en absence de celle-ci la simulation peut être considérée comme un échec comparativement aux publications qui reproduisent avec succès le même cas.

Il apparaît qu'en absence d'un couplage amélioré, le décalage entre la dynamique des champs vitesse-pression et température produit un environnement favorable à une destruction progressive et inappropriée de l'inversion. Notre hypothèse est qu'en absence de correction de couplage à l'intérieur d'un même pas de temps, on introduit de la dispersion d'origine numérique dans les zones stratifiées qu'exploite par la suite le modèle de sous-filtre pour y introduire fictivement du cisaillement d'origine turbulent qui mélange à tort les couches stables de la simulation. On suppose une dispersion, car les particules du fluide transportées sont alors partagées entre des phénomènes physiques actuels (quantité de mouvement) et précédents (température potentielle) par l'absence de mise à jour du terme de flottabilité à l'intérieur d'un même pas de temps.

En somme, pour la comparaison C3, il est maintenant clair qu'une seule super-boucle est nécessaire et suffisante.

#### **8.4.4 Analyse de la surproduction du cisaillement en région proche-paroi**

Avant de poursuivre avec C3, analysons la surproduction du cisaillement retrouvée précédemment. En région proche-paroi, les composantes de vitesse horizontales ont la particularité d'évoluer verticalement de manière logarithmique. En approximant linéairement ce profil vertical, on introduit d'emblée une erreur significative lors de l'évaluation des opérateurs différentiels.

En prenant exemple sur l'opérateur gradient de vitesse approximé discrètement selon le théorème de Gauss linéarisé et en estimant que celle-ci évolue linéairement entre deux centres des mailles, la discrétisation verticale en présence d'un maillage uniforme est exactement retrouvé après division par le volume de la cellule (excepté au niveau  $p$ ) par :

$$\begin{aligned}\frac{\partial u_i(z)}{\partial z} &= \frac{[u_i(z) + u_i(z + \Delta z)]/2 - [u_i(z) + u_i(z - \Delta z)]/2}{\Delta z} \\ &= \frac{u_i(z + \Delta z) - u_i(z - \Delta z)}{2\Delta z}\end{aligned}\quad (8.8)$$

Dans les faits, cela correspond à une différence finie de deuxième ordre sur  $2\Delta z$ , ce qui diffère des codes à structure de maillage décalée comme MC2 où la différence se fait sur  $\Delta z$ . En supposant que les composantes de vitesse horizontales et leurs gradients verticaux soient conformes à la similarité, l'erreur sur  $\partial_3 u_i$  associée à la linéarisation démontrée est de (*Voir Annexe XI*) :

$$\mathbf{e} = \left[ \frac{z}{2\Delta z} \ln \left( \frac{z + \Delta z}{z - \Delta z} \right) - 1 \right] [1; 1; 0] \quad (8.9)$$

Fait intéressant, cette erreur n'est dépendante que de l'indice du niveau vertical du maillage puisque  $z$  n'est en réalité qu'un multiple de  $\Delta z$  (*Voir figure 8.23*). Elle est donc indépendante du choix de  $\Delta z$ .

On perçoit que l'erreur est significative au deuxième niveau vertical du maillage et qu'elle s'estompe rapidement à mesure qu'on s'éloigne du sol. C'est une observation importante puisqu'il est courant d'observer dans la littérature (de Villiers, 2006; Jasak, 1996) que d'estimer linéairement la variation d'une variable entre les centres des cellules est adéquat dans un contexte de résolution discrète des opérateurs différentiels à l'aide du théorème de Gauss. Soulignons qu'une interpolation précise de la vitesse aux faces permettrait une réduction substantielle de la surestimation (50% dans le cas du gradient) et ainsi de s'approcher davantage du maillage à structure décalée. Au niveau  $p$ , une correction est déjà



proposée avec la loi de gradient proche-paroi développée dans le cadre de ce travail et l'analyse présente ne s'applique pas.

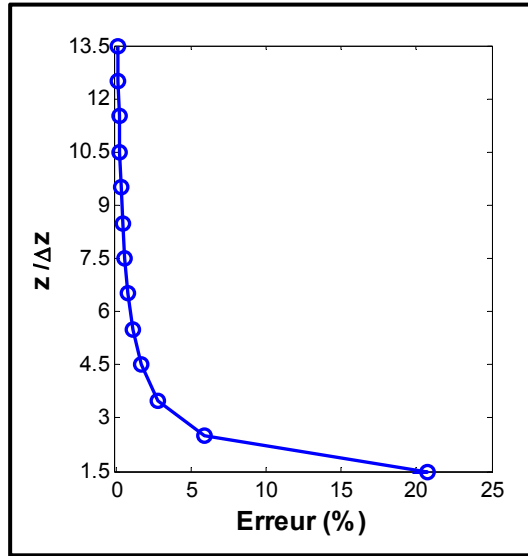


Figure 8.23 Profil vertical adimensionnalisé de l'erreur associée aux calculs des gradients verticaux des composantes horizontales de vitesse suite à une approximation linéaire de la vitesse évoluant en réalité de manière logarithmique

Dans OpenFOAM, la linéarisation de la vitesse a essentiellement un impact sur les termes de convection et de diffusion de l'équation de la conservation de la quantité de mouvement définis respectivement par :

$$\nabla \cdot \tilde{\mathbf{u}}\tilde{\mathbf{u}} = \frac{1}{V} \underbrace{\sum_{fi} \mathbf{A} \cdot \tilde{\mathbf{u}}^0 \tilde{\mathbf{u}}}_{divergence} \quad (8.10)$$

et

$$\nabla \cdot (v_{eff} \nabla \tilde{\mathbf{u}}) = \frac{1}{V} \left\{ \underbrace{\sum_{f_i} v_{eff} \mathbf{A} \cdot \nabla \tilde{\mathbf{u}}^0}_{\text{laplacien}} + \underbrace{\sum_{f_i} \mathbf{A} \cdot v_{eff} \left[ (\nabla \tilde{\mathbf{u}}^0)^T - \frac{1}{3} \text{tr}((\nabla \tilde{\mathbf{u}}^0)^T) \mathbf{I} \right]}_{\text{divergence}} \right\} \quad (8.11)$$

où les exposants  $0$  et  $T$  signifie respectivement itération précédente et transposé matricielle et  $\mathbf{I}$  la matrice identité.

Pour le terme de convection, l'estimation linéaire se produit aussi en deux temps. C'est-à-dire que les vitesses doivent être interpolées aux faces puis la divergence est obtenue par le théorème de Gauss linéarisé. Quoique plus difficile à estimer, on peut s'attendre à ce que la surestimation soit du même ordre que pour les gradients.

Pour le terme de diffusion, c'est un peu plus complexe puisqu'il est composé de plusieurs opérateurs différentiels et d'interpolations. Les opérateurs les plus critiques étant le gradient précédemment étudié qui est directement retrouvé à l'intérieur de la viscosité effective et le gradient normal aux faces qui est obligatoirement résout de manière linéaire en présence de maillage orthogonal.

Puisque le théorème de Gauss linéarisé est à toute fin pratique la seule approche pour résoudre les opérateurs différentiels dans OpenFOAM, les corrections possibles sont limitées. Une approche avec facteur correctif pour les quatre ou cinq niveaux de cellules suivants celle proche-paroi en fonction de la similarité de Monin-Obukhov est à privilégier pour les interpolations de vitesses aux faces utilisées par les opérateurs de divergence associés au terme convectif et pour les gradients verticaux. C'est une approche valable aussi pour les gradients normaux aux faces présents dans le laplacien et pour corriger directement le théorème de Gauss linéarisé lors de la résolution des gradients verticaux. Des corrections

similaires sont parfois proposées dans la littérature (Porté-Agel, Meneveau et Parlange, 2000; Sumner et Masson, 2010) afin d'atténuer des erreurs de discrétisation.

Une autre façon de réduire cette erreur en passant par les outils disponibles offerts initialement par OpenFOAM est d'utiliser une interpolation cubique des vitesses aux faces. Puisqu'un ordre de degré trois est censé approximer avec plus d'exactitude une variation logarithmique, la partie de l'erreur associée aux interpolations devrait alors diminuer. Des tests préliminaires nous permettent de conclure que de l'employer pour le terme de convection s'avère problématique probablement parce qu'il génère des résultats davantage non bornés (*unbounded*) que l'interpolation linéaire. Ainsi, seuls les opérateurs gradients peuvent en bénéficier.

Afin de corriger en partie la surestimation des contraintes en région proche-paroi, l'interpolation associée aux gradients de vitesse sera, pour cette comparaison, cubique (*Gauss cubic*). Évidemment, (6.3) ne sera alors plus tout à fait exacte. Néanmoins, on juge qu'elle demeure une approximation somme toute réaliste et que de développer une nouvelle librairie pour la vitesse à la paroi pour satisfaire l'interpolation cubique est secondaire (et complexe) puisqu'on connaît déjà une méthode qui lui est supérieure pouvant, à l'aide de quelques légères modifications (c.-à-d. un facteur multiplicatif correcteur pour l'interpolation linéaire des composantes horizontales de vitesse aux faces), être compatible avec la librairie existante.

Une comparaison dans les conditions similaires à celles utilisées pour l'évaluation de la super-boucle permet de constater que l'interpolation cubique améliore légèrement le sur-cisaillement observé précédemment (*Voir figure 8.24*).

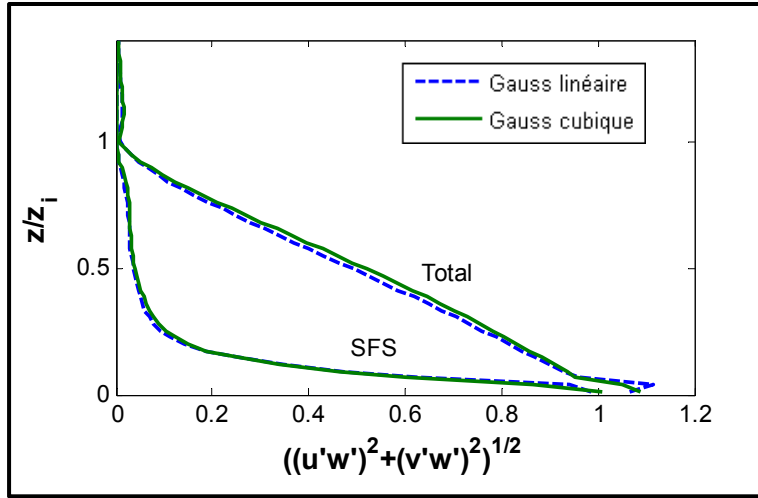


Figure 8.24 Profil vertical moyen du module des flux verticaux tourbillonnaires en fonction de l'interpolation utilisée pour les gradients selon des conditions allégées du cas  $S_S^m$  de G12

#### 8.4.5 Résultats et analyse des résultats

Un autre avantage associé à une comparaison avec G12 réside dans la disponibilité et le partage des ses données et de ses outils de post-traitement. Ainsi, il est possible de bâtir nos profils côte à côte avec ceux du cas  $S_S^m$  sans perte de portabilité, ni erreur additionnelle due au post-traitement.

##### 8.4.5.1 Quantités évolutives

Les différentes quantités évolutives pertinentes sont présentées aux figures 8.25 et 8.26. Mis à part à l'initialisation, les résultats correspondent plutôt bien avec ceux de  $S_S^m$ .

En plus de distribuer aléatoirement des fluctuations dans le champ initial de vitesse de ces simulations, G12 introduit, pendant un court laps de temps (3000 s ou  $\sim 0,05$  période inertielle), un faible flux de chaleur ( $0,05 \text{ Kms}^{-1}$ ) via la frontière inférieure afin de mélanger davantage l'écoulement. Il en résulte que la turbulence s'installe plus rapidement puisque les divers flux de la région proche-paroi responsables d'initier le régime turbulent sont convectés

par flottabilité dans le reste de CLA. Ainsi, des différences à l'initialisation sont inévitables puisque nos lois de paroi, quoiqu'implémentées avec le souci éventuel de leur permettre de traiter des cas convectifs, sont limitées à des conditions neutres et ne peuvent donc pas reproduire cette démarche. Néanmoins, on suppose qu'une fois passé la période de transition, l'effet de l'initialisation sur le développement temporel est limité et que de moyenner spatialement, temporellement et sur un ensemble (cinq) aplanit les différences restantes.

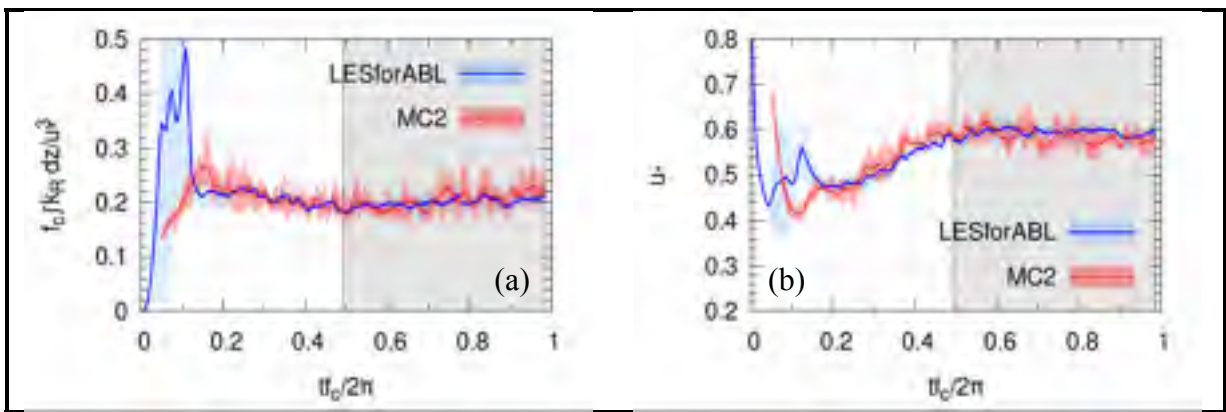


Figure 8.25 Évolution comparative de la moyenne et de son enveloppe (a) de l'énergie cinétique turbulente résolue et (b) de la vitesse de frottement en fonction des conditions  $S_S^m$  de G12

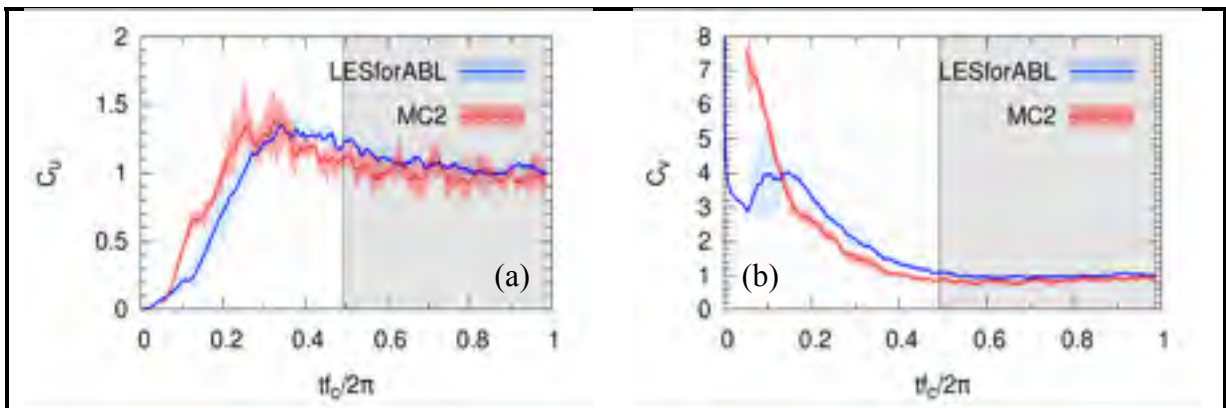


Figure 8.26 Évolution comparative de la moyenne et de son enveloppe de l'instationnarité en fonction des conditions  $S_S^m$  de G12

Fait intéressant, l'évolution temporelle de la vitesse de frottement et de l'instationnarité est légèrement supérieure pour notre solveur. Pour  $C_v$ , l'évolution finale est davantage en phase avec ce qui est attendu. Tandis que pour  $C_u$ , tant pour LESforABL que pour MC2,

l'évolution finale est quelque peu surestimée et sous-estimée respectivement. Cette différence est jugée négligeable et elle semble s'atténuer à mesure qu'on progresse dans le temps pour notre solveur. Cela suppose que le RP n'est pas tout à fait atteint, mais on estime qu'il l'est suffisamment pour en tirer des observations équivalentes.

#### 8.4.5.2 Quantités utilisées pour l'adimensionnalisation

Une présentation des résultats de simulations sous une forme adimensionnalisée est parfois préférable afin de davantage universaliser le contexte dans lesquelles elles ont été produites. Pour ce faire, les dénominateurs sélectionnés doivent être pertinents et avoir un comportement stable dans le temps. En ce sens, utiliser la hauteur de la CLA définie comme étant la hauteur à laquelle le flux de chaleur est au minimum pour adimensionnaliser l'axe vertical est à reconsidérer. Sa faible valeur est propice à une grande variabilité en fonction du modèle de sous-filtre, du maillage et de la discrétisation numérique. De plus, procéder ainsi pour obtenir une valeur fixe est délicat puisque nos simulations se font dans un domaine discret où le pas vertical du maillage gouverne l'incrément de cette hauteur. Pour y remédier, on préfère utiliser, pour la majorité de nos résultats, la valeur initiale de  $z_i$  (468 m).

Tableau 8.4 Valeurs de la vitesse de frottement, de la hauteur de la CLA et du flux de chaleur minimum en comparaison avec  $S_g^m$  de G12

	$u^*$ (m/s)	$z_i$ (m)	$\overline{w'\theta'_i}$ (Kms <sup>-1</sup> )
LESforABL	0,5943	405	-0,00505
MC2	0,5866	465	-0,00622
Écart (%)	1,3	12,9	18,8

Le tableau 8.4 présente les dénominateurs classiques utilisés pour le genre de simulations comparées et leurs valeurs. On perçoit que  $z_i$  et  $w'\theta'_i$  ont un écart important entre les deux solveurs. Pour les raisons mentionnées précédemment, il est toutefois difficile d'en tirer des

observations pertinentes si ce n'est que la hauteur de la CLA est plus petite que ce qui est attendu selon MC2.

#### 8.4.5.3 Quantités de premier ordre

La comparaison avec les quantités du premier ordre est présentée aux figures 8.27 et 8.28. Globalement, les résultats obtenus avec notre solveur sont comparables avec ceux de MC2. Les différences obtenues étant faibles, elles peuvent s'expliquer en bonne partie par un algorithme différent.

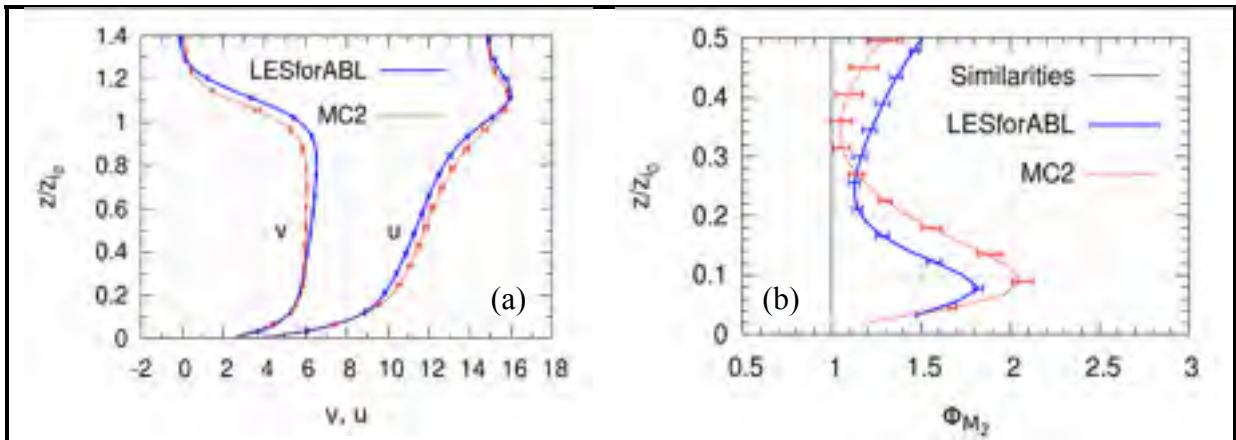


Figure 8.27 Profil vertical moyen et des extremums (a) des composantes horizontales de vitesse et (b) du gradient de vitesse adimensionnel en fonction des conditions  $S_S^m$  de G12

À première vue, LESforABL semble offrir un comportement en région proche-paroi plus adéquat. En effet, le pic maximum de la surestimation de  $\Phi_M$  est moins élevé, ce qui suppose une difficulté plus grande pour MC2 à obtenir proche-paroi une partie résolue dominante. Puisqu'il a été observé dans le cadre de ces travaux (mais non montré) que le schéma de convection a une importance capitale sur  $\Phi_M$  et que G12 obtient systématiquement des surestimations plus élevées que la littérature, il semble que le schéma semi-Lagrangien soit la cause de cette différence notable. Par expérience, tous les schémas de convection disponibles dans OpenFOAM autres que celui linéaire pour la discrétisation du terme convectif de quantité de mouvement augmentent systématiquement, et souvent considérablement, le pic de  $\Phi_M$ .

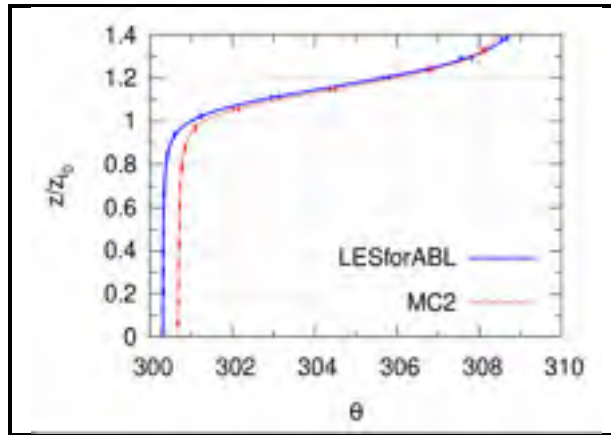


Figure 8.28 Profil vertical moyen et des extremums de la température en fonction des conditions  $S_S^m$  de G12

Notons également que notre solveur produit un profil de température en région proche-paroi plus près de celui prescrit à l'initialisation. Cet écart ( $\sim 0,38K$ ) ne peut être justifié par l'absence d'un flux de chaleur à la paroi à l'initialisation puisque celui-ci n'est censé augmenter la température moyenne que de  $0,15K$ . En concordance avec la différence obtenue pour le flux de chaleur moyen à l'inversion (*Voir* tableau 8.4), la quantité de chaleur provenant de la partie convective est plus faible et tant moins à réchauffer la CLA.

Finalement, les écarts subsistants, notamment une valeur maximale plus élevée de la composante de vitesse perpendiculaire au vent géostrophique et une transition plus progressive entre la partie constante et l'inversion du profil de la température potentielle, sont jugés fortement dépendants de l'interrelation entre la quantité de mouvement et le transport de la température potentielle. Puisque le couplage est supérieur dans MC2, il est permis de croire qu'il offre un comportement plus approprié en région plus sensible.

#### 8.4.5.4 Quantités de deuxième ordre

La comparaison avec les quantités de deuxième ordre est présentée aux figures 8.29 et 8.30. Dans la plupart des résultats, on retrouve un comportement similaire à G12. Dans l'ensemble,



on obtient de meilleurs résultats en région proche-paroi alors que c'est plutôt le contraire près de l'inversion.

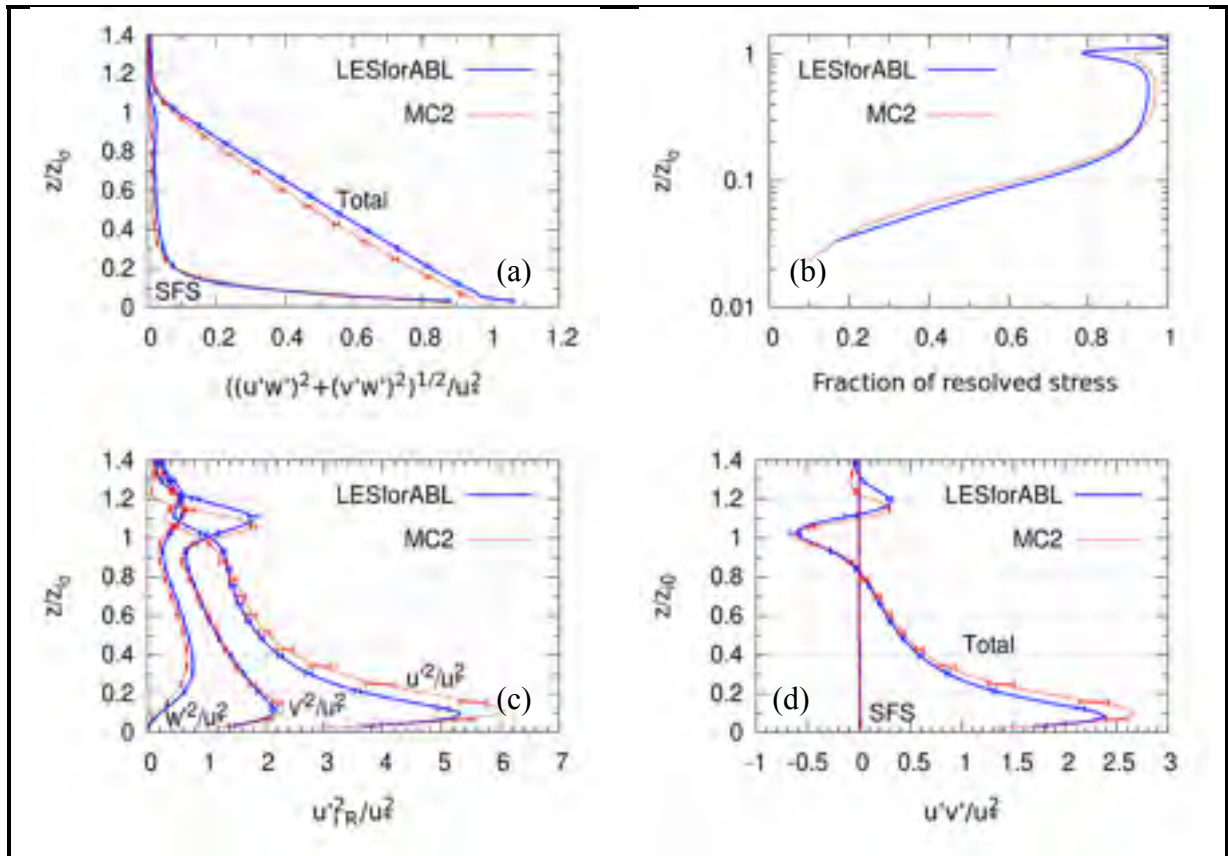


Figure 8.29 Profil vertical adimensionnel moyen et des extremums (a) du flux vertical de quantité de mouvement, (b) de la proportion de sa partie résolue, (c) des variances résolues et (d) du flux horizontal de quantité de mouvement en fonction des conditions  $S_S^m$  de G12

D'abord, il est de bon augure que la partie résolue du flux vertical de quantité de mouvement soit notoirement plus élevée dans la majeure partie de notre CLA alors que celle sous-filtrée est pratiquement identique. On remarque aussi que le nez présent dans les variances des composantes de vitesse horizontales est inférieur, comportement typique d'une solution mieux résolue proche-paroi. Dans les deux cas, puisque les conditions de simulation sont quasi identiques, cela semble indiquer que le schéma semi-Lagrangien de MC2 handicape les simulations LES par une introduction de dissipation numérique supérieure en comparaison avec le tandem Crank-Nicholson/linéaire utilisé par LESforABL pour résoudre la dérivée

matérielle. On soupçonne qu'une discrétisation davantage dissipative du terme convectif engendre une solution où la partie résolue est moindre. Son incidence n'est malheureusement pas mesurable physiquement. Il ne peut alors pas être incorporé aux profils de flux de quantité de mouvement et de variance totale pour en ajuster le contenu.

Seul le flux vertical de quantité de mouvement de notre partie proche-paroi comporte des erreurs significatives d'approximation, erreurs engendrées pour les raisons mentionnées précédemment<sup>3</sup>. Lorsqu'on évalue plutôt le flux de quantité de mouvement horizontal, aucune surestimation en région proche-paroi n'est présente puisque les opérateurs différentiels sont appliqués dans des directions parallèles à l'écoulement où la variation des profils n'est évidemment pas logarithmique.

De plus, quoiqu'il y ait un flux de chaleur sous-filtré proche-paroi inapproprié, il est tout de même plus faible que celui obtenu par G12.

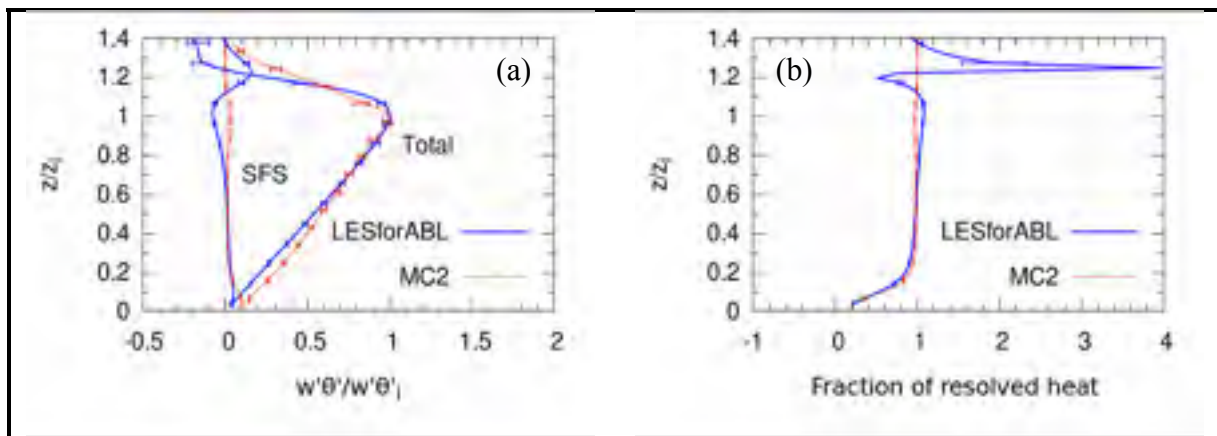


Figure 8.30 Profil vertical adimensionnel moyen et des extremums (a) du flux vertical de chaleur et (b) de la proportion de sa partie résolue en fonction des conditions  $S_S^m$  de G12

Par contre, les résultats en région proche-inversion diffèrent sensiblement, surtout pour le flux vertical de chaleur, qu'il soit résolu ou sous-filtré.

<sup>3</sup> Suivant la méthodologie de G12, les résultats au niveau  $p$  ne sont pas inclus dans les figures.

La présence de flux thermique sous-filtré près de l'inversion indique que le modèle de sous-filtre est actif en région a priori fortement stable, ce qui est tout à fait contraire à sa définition puisque ce dernier devrait être nul lorsque  $Ri$  est supérieur à 0,25 (*Voir* sous-section 4.2.1). Il y a donc sporadiquement une stabilité thermique locale qui fluctue substantiellement. Fait important, contrairement à G12, la combinaison de constantes pour le modèle de stratification utilisé est celle définie comme classique ( $b = c = 1,43$ ). Sous la même combinaison ( $b = 40$  et  $c = 16$ ), les extremums sous-filtrés sont supérieurs à ceux observés à la figure 8.30a pour LESforABL, mais sans changement pertinent (non montré) sur les profils des figures 8.27 à 8.29. Puisqu'en comparaison avec la combinaison classique, le mélange est à la fois substantiellement plus important en régime instable et identique dans les autres conditions (*Voir* figure 4.1), cela indique que le solveur réduit sporadiquement et localement l'intensité de la stratification thermique jusqu'à parfois devenir instable. Quoiqu'on observe sur une moyenne spatiale la présence de flux sous-filtré, elle est plutôt la conséquence d'un nombre restreint de cellules, mais de quantité variable, qui ont un impact limité sur le milieu environnant (c.-à-d. le profil moyen de  $\tilde{\theta}$ ). Ainsi, atteindre le RP dans cette région semble également problématique. Dans tous les cas, ce comportement demeure le même sous une plage temporelle plus élargie (c.-à-d. 80 000 s) et diminue en augmentant le raffinement du maillage (non montrés).

Quant à la partie résolue, son comportement au-delà de l'inversion illustre un réchauffement de l'atmosphère libre alors que les résultats de G12 démontrent que ce n'est plus le cas durant la plage temporelle étudiée. Puisque ce comportement est excessivement plus important lorsqu'il n'y a pas de super-boucle, cela porte à croire qu'il est la conséquence de notre couplage entre la quantité de mouvement et la température potentielle qui demeure plus faible et moins rigoureux que celui de MC2.

Inévitablement, lorsque la partie sous-filtrée est significative et que la partie totale tend vers zéro, le ratio entre cette dernière et le flux vertical de chaleur total donne un profil vertical moyen discontinu (*Voir* figure 8.30b).

#### 8.4.6 Conclusion de la troisième comparaison

En préambule à cette dernière comparaison, on a démontré que l'utilisation de la super-boucle corrige considérablement le couplage des équations gouvernantes et que la surestimation du flux vertical de quantité de mouvement en région proche-paroi est causée par une approximation linéaire du profil vertical des composantes horizontales de vitesse.

Quant à la comparaison même, on a remarqué que la majorité des résultats obtenus par LESforABL conserve une tendance équivalente à celle du solveur MC2 en mode LES dans des conditions micro-échelles. Évidemment, quelques améliorations sont encore nécessaires avant qu'on puisse le considérer comme un candidat de première classe. Malgré la nette amélioration apportée avec la super-boucle, le couplage quantité de mouvement et température potentielle semble encore poser problème près de l'inversion puisque la qualité des résultats y est moins probante. Il faut néanmoins mentionner que les conditions de simulations de C3 sont sévères si l'on considère que l'inversion produit un changement de température de  $\sim 8$  K sur à peine 62,5 m et que la constante de Smagorinsky nominale utilisée est de beaucoup supérieure (29 %) à ce qu'OpenFOAM propose par défaut. En ce sens, les résultats sont encourageants puisque les profils obtenus en lien avec la quantité de mouvement, sans compter un profil de température potentielle similaire, sont comparables à G12 et même qu'ils leurs sont parfois supérieurs en région proche-paroi.

## CONCLUSION

En somme, l'intérêt de ce travail était de développer un solveur pour simuler le vent dans la CLA à partir des bibliothèques d'OpenFOAM et d'en comparer son comportement avec MC2 pour qu'éventuellement de la recherche en lien avec la production d'énergie éolienne bénéficie d'un outil supplémentaire performant, flexible et ouvert de dernière génération. À cet effet, les caractéristiques de la LES en font un candidat indéniable puisqu'elles permettent à la fois de capturer les phénomènes instationnaires associés à l'écoulement de fluide en régime turbulent tout en limitant, lorsqu'associé à une loi de paroi, l'immense ressource informatique nécessaire à la résolution des nombreux détails géométriques et en constante évolution de la région limitrophe au sol.

Pour y parvenir, plusieurs embûches de différentes envergures étaient à surmonter. La version officielle d'OpenFOAM étant développée pour un usage axé sur les écoulements de fluides d'ingénierie classique, plusieurs modifications devaient nécessairement être apportées pour lui permettre de résoudre des problématiques associées à une CLA. À ce sujet, l'approche adoptée a été de se concentrer sur la condition neutre afin de se limiter à une physique minimale et permettre ainsi de s'attarder sur les nombreux détails que nécessite la LES tout en choisissant des solutions numériques conciliables avec d'éventuelles conditions convectives. À cela s'est ajouté le défi de conserver un maximum de compatibilité avec les bibliothèques d'OpenFOAM pour être en mesure d'intégrer rapidement les améliorations futures de la nombreuse communauté scientifique utilisatrice de ce progiciel libre.

D'abord, pour parvenir à notre fin, plusieurs termes sources en concordance avec les enjeux qu'apporte la LES d'une CLA et qu'OpenFOAM ne propose pas ont été ajoutés. Ainsi, la force de Coriolis et le vent géostrophique via termes sources font maintenant partie de l'équation filtrée de la conservation de la quantité de mouvement.

Ensuite, le caractère instationnaire de l'écoulement fait en sorte que les statistiques recueillies sont nombreuses, qu'elles sont lourdes à stocker et à traiter. Pour alléger la

procédure, l'approche de moyennage spatialement durant le calcul selon un pas de temps défini par l'utilisateur est évaluée comme la plus intéressante. Cette méthode était déjà implémentée dans le solveur du NREL. Une transposition de ces fonctionnalités adaptées à nos besoins a été effectuée dans notre solveur pour faciliter la manipulation des résultats.

De plus, la configuration du maillage colocalisé entraîne des difficultés supplémentaires lors de la résolution proche-paroi. Elle oblige l'utilisateur à prescrire une valeur pour chaque composante dynamique et physique fin de compléter la fermeture de la discrétisation des opérateurs différentiels près des frontières alors que sous la longueur de rugosité, la vitesse et la température sont indéfinies. Comme solution, on a développé une librairie qui prescrit des composantes locales de vitesse à la paroi permettant de retrouver des gradients verticaux proche-paroi pondérables entre la similarité de Monin-Obukhov et les gradients verticaux retrouvés à une hauteur supérieure à celle proche-paroi. À cela, s'est ajoutée une seconde librairie pour la température à la paroi qui se base en quelque sorte sur le fonctionnement de celle précédemment mentionnée, mais cette fois-ci sans tenir compte de la similarité, futile sans flux de chaleur à la surface.

Puis, on a vu que le traitement de la divergence du tenseur des contraintes déviatoriques effectives complexifie la prescription de lois de paroi propre à la LES. La méthode classique observée dans le code source d'OpenFOAM qui consiste à retrouver un cisaillement vectoriel équivalent via la modification de la viscosité tourbillonnaire scalaire de sous-filtre est impossible à respecter pour une LES de la CLA. Afin d'y parvenir, on a proposé de prescrire un terme source équivalent à l'influence de la loi de paroi lors de la résolution de la divergence du tenseur des contraintes effectives. Trois lois de parois totalement compatibles avec les librairies d'OpenFOAM se retrouvent maintenant en option dans notre solveur.

Par la suite, les divers modèles de viscosité tourbillonnaire de sous-filtres observés dans la littérature connexe au sujet de cet ouvrage sont invariablement indexés en fonction de la stratification thermique environnante alors que ce n'est pas le cas pour ceux proposés par OpenFOAM. Qui plus est, les librairies de la distribution officielle associées aux fluides

incompressibles n'acceptent pas de champ de données supplémentaire en lien avec la température. Une modification des bibliothèques permettant d'inclure un champ scalaire supplémentaire a été effectuée pour parer à cette limitation. Pour être conséquent avec cette démarche, le nombre de Prandtl turbulent est maintenant également indexé. Le modèle Smagorinsky peut maintenant être appliqué en présence de stratification thermique selon des fonctions de stabilité. De plus, une autre variante de ce modèle adapté à la CLA et proposé par le Met Office a également été ajoutée.

Finalement, en raison de sa méthode de résolution matricielle découplée, on a soulevé que d'exclure la température potentielle des boucles de correction PISO, comme le veut la procédure de résolution officielle du solveur RANS d'OpenFOAM 1.6 et du solveur LES du NREL, était une source d'erreur potentielle pour une LES avec inversion thermique. La proposition pour parer à cette possible problématique a été d'ajouter une boucle d'itération supplémentaire englobant toutes les étapes retrouvées originellement afin de renforcer le couplage entre la quantité de mouvement et le transport de la température potentielle.

Nonobstant les défis numériques assujettis au mandat, la littérature illustre que la convergence de maillage est problématique pour la LES et qu'elle provient de la surestimation des gradients verticaux dans la couche de surface. Selon certains auteurs, l'interdépendance entre les deux comportements indésirables aurait une solution commune et universelle : le HAZ. Évidemment, son intérêt est immense puisqu'il réglerait la source principale de la faible qualité des résultats dans la région où les éoliennes sont opérationnelles. L'évaluation de la performance du HAZ avec notre solveur a donc été un objectif supplémentaire.

Fort des vérifications sommaires et indépendantes de la majorité des implémentations, trois comparaisons ont été effectuées afin de jauger de la performance de notre solveur dans diverses conditions.

Dans un premier temps, on a observé que dans les conditions de A94, la composante de vitesse horizontale perpendiculaire avec le vent géostrophique ne parvenait pas à rencontrer celui-ci à la frontière supérieure. On a jugé difficile de déterminer avec exactitude qu'elle était la cause de cet écart puisque les profils des composantes de vitesse n'étaient pas tracés dans l'article. Néanmoins, sous un raffinement du maillage horizontal, on s'en approche considérablement. Pour les profils restants, les résultats concordaient relativement bien.

Dans un deuxième temps, plusieurs simulations ont été pratiquées pour observer le comportement de LESforABL vis-à-vis le HAZ, mais aussi comparer les résultats obtenus avec ABLPisoSolver du NREL dans des conditions purement neutres. On peut maintenant affirmer qu'il est possible d'obtenir des simulations pratiquement sans surestimation du gradient de vitesse, mais que de situer ces simulations dans le HAZ ne permet pas de retrouver pour le moment une correspondance de maillage. Les faibles améliorations sur  $\Phi_M$  obtenues avec ABLPisoSolver sont jugées négligeables devant la compatibilité supérieure avec les librairies d'OpenFOAM qu'offre notre solveur.

Dans un troisième temps, nous avons à nous comparer avec le solveur LES développé par Gasset au laboratoire AEMN situé à l'ÉTS et basé sur le code méso-échelle MC2. Puisque le cas choisi est une CLA limitée par une forte inversion thermique, on a pu constater que la boucle PISO avec flottabilité de Boussinesq proposée par OpenFOAM et par le NREL était défaillante pour la LES et que l'ajout de la super-boucle améliorait considérablement les résultats en présence de stratification thermique. Sans elle et dans ces conditions, aucune simulation n'est réellement possible. Puis, on a démontré que la présence dans nos résultats d'une surestimation du flux de quantité de mouvement en région proche-paroi est la conséquence de l'approximation d'une variation verticale logarithmique des composantes horizontales de vitesse par une variation linéaire inhérente au théorème de Gauss utilisé par pratiquement tous les opérateurs différentiels d'OpenFOAM. Les grandes lignes d'une correction ont été discutées, mais en laissant à d'autres son implémentation. Ensuite, de par notre comparaison avec G12, on a observé une nécessité de peaufiner davantage l'interaction vitesse-pressure-température pour améliorer le comportement dynamique proche-inversion.



Néanmoins, les résultats du profil vertical de température et de quantité de mouvement sont similaires à G12 et ils sont parfois supérieurs dans la couche de surface.

Finalement, sur une note plus globale, l'expérience acquise durant ce travail a permis de constater que la qualité des résultats de la LES est extrêmement sensible à la numérique et que toute approximation de la physique dans l'implémentation de nouvelle fonctionnalité peut engendrer une dégradation des simulations qui suivront. Dans le même ordre d'idée, les schémas de convection doivent absolument être le moins diffusif possible, car tout modèle LES inclut une fermeture de sous-filtre qui est fortement dépendante de la qualité des gradients locaux de vitesse; or ces gradients reflètent beaucoup la partie haute fréquence (nombre d'onde  $\kappa$  élevé) qui est marquée par le caractère inévitablement diffusif de la discrétisation de la convection. Pour le moment, seule la discrétisation Gauss linéaire donne des résultats intéressants avec OpenFOAM.

Considérant l'importante quantité de modifications nécessaires et implémentées, les résultats obtenus sont très encourageants. La majeure partie du travail de reconnaissance étant maintenant chose du passé, celui du raffinement du solveur peut prendre place dans un avenir proche à des coûts humains beaucoup plus modiques qu'il y a deux ans. En ce sens, ce travail est jugé par son auteur comme étant un succès. À notre connaissance, il est à la fois un des rares sinon le seul solveur LES basé sur la méthode des volumes finis et un des rares sinon le seul basé sur une résolution matricielle découplée qui produit des résultats somme toute adéquats de simulation de CLA en présence de stratification thermique.



## RECOMMANDATIONS

Pour parfaire le solveur développé, certaines améliorations sont envisageables. Avant toute chose, le portage du code vers la version la plus récente d'OpenFOAM est fortement recommandée pour bénéficier des habituelles améliorations contenues dans une mise à jour.

Suite à cette conversion, le problème le plus criant est d'améliorer l'efficacité du couplage vitesse-pressure-température potentielle pour qu'il propose à la fois un comportement plus précis et une résolution plus rapide. Évidemment, une résolution matricielle couplée serait l'idéal, mais elle nécessiterait un travail colossal et probablement une remise en question profonde de la structure même d'OpenFOAM. Pour le moment, cette option n'est pas envisageable. Il est même préférable d'attendre un développement à l'externe et distribué officiellement via une mise à jour que de s'engager sur cette voie. On recommande plutôt de se baser sur l'article d'Oliveira et Issa (2001) pour implémenter la solution retenue par les auteurs ou à défaut de cela, de faire une brève étude qui optimiserait le nombre de boucles PISO nécessaire avec la super-boucle. Toutefois, dans le dernier cas, seule une diminution du temps de résolution est envisageable.

Après, on recommande de s'attarder à la surproduction de flux en région proche-paroi en tentant une correction qui tient compte de la variation logarithmique des composantes horizontales de vitesse. La manière la plus simple, mais pas tout à fait universelle, serait de corriger par un facteur pondérant les diverses opérations linéaires pratiquées lors de tous calculs du gradient de vitesse vertical. On considère qu'une telle correction pourrait améliorer sensiblement le comportement des simulations vis-à-vis le HAZ.

Ensuite, la prochaine étape serait de peaufiner les lois de gradients proche-paroi pour qu'ils ne se limitent plus à être compatibles qu'à des domaines où les deux premières rangées de cellules sont identiques.

Puis, après toutes ces recommandations, une évolution du solveur et des lois de parois pour permettre de simuler des cas convectifs serait alors l'étape prochaine la plus logique.

En terminant, et en rafale, on recommande de faire une étude de la densité spectrale d'énergie cinétique pour connaître la constante optimale du modèle Smagorinsky en lien avec la pente du spectre d'énergie de Kolmogorov, de mettre la main sur les derniers développements de la loi de paroi MWB lorsqu'ils seront disponibles, de considérer d'implémenter des modèles de sous-filtres plus avancés et d'envisager l'option d'ajouter une couche d'amortissement pour éviter la réflexion des ondes gravitationnelles sur la frontière rigide supérieure du domaine (Gray et al., 2001). Dans tous les cas, ce sont des avenues ou des informations intéressantes qui pourraient mener à des améliorations substantielles.

## ANNEXE I

### COMPORTEMENT MOYEN D'UN ÉCOULEMENT TURBULENT PRÈS D'UNE PAROI

L'écoulement à haut nombre de Reynolds sur plaque plane possède une région proche-paroi où l'on retrouve trois couches qui sont caractérisées par un profil de vitesse moyen particulier : la sous-couche visqueuse, la couche tampon et la couche inertielle (Versteeg et Malalasekera, 1995).

D'abord, la sous-couche visqueuse est celle qui se retrouve le plus près de la paroi. À cet endroit, les contraintes visqueuses sont dominantes. Il en résulte que le comportement moyen de la vitesse évolue linéairement avec la hauteur en direction normale à la paroi selon :

$$U^+ = z^+ \quad (\text{A I-1})$$

où

$$0 < z^+ < 5 \quad (\text{A I-2})$$

et en rappelant que  $U^+ = U/u_*$  et  $z^+ = zu_*/\nu$ . Par la suite, la couche tampon est la couche de transition entre la sous-couche visqueuse et la couche inertielle. Dans cette région, les contraintes visqueuses et turbulentes sont significatives, mais en proportion inconnues. Elle est située approximativement entre :

$$5 < z^+ < 30 \quad (\text{A I-3})$$

Finalement, la couche inertielle est prédominée par les contraintes turbulentes et elle est celle où le profil logarithmique de la vitesse moyenne est retrouvé :

$$U^+ = \frac{1}{\kappa} \ln z^+ + B \quad (\text{A I-4})$$

où

$$30 < z^+ < 500, \quad (\text{A I-5})$$

$\kappa \approx 0,41$  et  $B \approx 5,5$ . Au-delà de  $z^+ = 50$ , les contraintes visqueuses sont négligeables (Pope, 2000).

## ANNEXE II

### DÉMARCHE POUR OBTENIR LA VITESSE À LA PAROI

Pour les nœuds proche-parois, les gradients verticaux des composantes de vitesse horizontales sont particulièrement importants pour le terme dissipatif et pour le terme convectif. Puisque ces gradients proche-parois sont dépendants de la vitesse à la paroi, une attention particulière est de mise.

En s'inspirant de la méthode de Moeng (1984), on obtient :

$$\frac{\partial \tilde{u}_{i,p}}{\partial z} = a_1 \frac{\partial \tilde{u}_{i,f}}{\partial z} + a_2 \frac{\partial \tilde{u}_{i,m}}{\partial z} \quad (\text{A II-1})$$

où

$$\frac{\partial \tilde{u}_{i,m}}{\partial z} = \frac{4u_*^{local}}{\kappa \Delta z} \frac{\tilde{u}_{i,p}}{\tilde{U}_p} \quad (\text{A II-2})$$

Il est alors possible de choisir une pondération de  $a_1$  et  $a_2$  pour obtenir des gradients verticaux se situant quelque part entre ceux obtenus au niveau  $f$  et ceux correspondant à la similarité au niveau  $m$ . Dans ce cas,  $a_2 = (1 - a_1)$ .

Pour ce faire, supposons  $\Delta z$  constant pour les deux premières rangées de mailles et utilisons une discrétisation CD. (A II-1) devient :

$$\frac{\tilde{u}_{i,f} - u_{i,w}}{\Delta z} = a_1 \left( \frac{\tilde{u}_{i,n} - \tilde{u}_{i,p}}{\Delta z} \right) + a_2 \left( \frac{4u_*^{local}}{\kappa \Delta z} \frac{\tilde{u}_{i,p}}{\tilde{U}_p} \right), \quad (\text{A II-3})$$

puis

$$\frac{\tilde{u}_{i,n} + \tilde{u}_{i,p}}{2} - u_{i,w} = a_1 (\tilde{u}_{i,n} - \tilde{u}_{i,p}) + a_2 \frac{4u_*^{local}}{\kappa} \frac{\tilde{u}_{i,p}}{\tilde{U}_p} \quad (\text{A II-4})$$

En réarrangeant, on se retrouve avec ce qu'on prescrit à la paroi :

$$u_{i,w} = \frac{\tilde{u}_{i,n} + \tilde{u}_{i,p}}{2} - \left[ a_1 (\tilde{u}_{i,n} - \tilde{u}_{i,p}) + 4a_2 \frac{\tilde{u}_{i,p}}{\ln(\tilde{z}_p/z_0)} \right] \quad (\text{A II-5})$$

et

$$w_w = 0 \quad (\text{A II-6})$$

Puisqu'il s'avère qu'en milieu continu pour obtenir la similarité en émettant l'hypothèse d'une solution sans surestimation du gradient vertical de vitesse que :

$$\frac{\partial \tilde{U}_p}{\partial z} = \frac{2}{3} \frac{u_*^{local}}{\kappa \Delta z} + \frac{1}{3} \frac{4u_*^{local}}{\kappa \Delta z} = \frac{u_*^{local}}{\kappa z_p}, \quad (\text{A II-7})$$

mais qu'en milieu discret à interpolation linéaire où

$$\frac{\partial \tilde{U}_p}{\partial z} = a_1 \left( \frac{\tilde{U}_n - \tilde{U}_p}{\Delta z} \right) + a_2 \left( \frac{4u_*^{local}}{\kappa \Delta z} \right) \quad (\text{A II-8})$$

il est plutôt requis que :

$$\frac{\partial \tilde{U}_p}{\partial z} = \underbrace{\frac{2}{4 - \ln(3)}}_{\approx 0,7} \left( \frac{\ln(3) u_*^{local}}{\kappa \Delta z} \right) + \underbrace{\frac{\ln(3) - 2}{\ln(3) - 4}}_{\approx 0,3} \left( \frac{4u_*^{local}}{\kappa \Delta z} \right) = \frac{u_*^{local}}{\kappa z_p}, \quad (\text{A II-9})$$

il est donc préférable pour profiter d'une résolution a priori plus importante au niveau  $n$  qu'au niveau  $p$  lorsqu'on utilise une loi de paroi traditionnelle (ex : SG ou localSG) que  $a_1$  et  $a_2$  soient respectivement de  $\sim 0,7$  et  $\sim 0,3$ . On peut aussi choisir de les faire correspondre directement à la similarité en prescrivant  $a_1 = 0$  et  $a_2 = 0,5$ . Évidemment, cette dernière option est davantage portée sur la modélisation d'une relation moyennée.



### ANNEXE III

#### INFLUENCE DU CISAILLEMENT DE PAROI SUR LA DIVERGENCE DU TENSEUR DES CONTRAINTES EFFECTIVES EN UTILISANT LE THÉORÈME DE GAUSS LINÉARISÉ

À partir de la figure suivante :

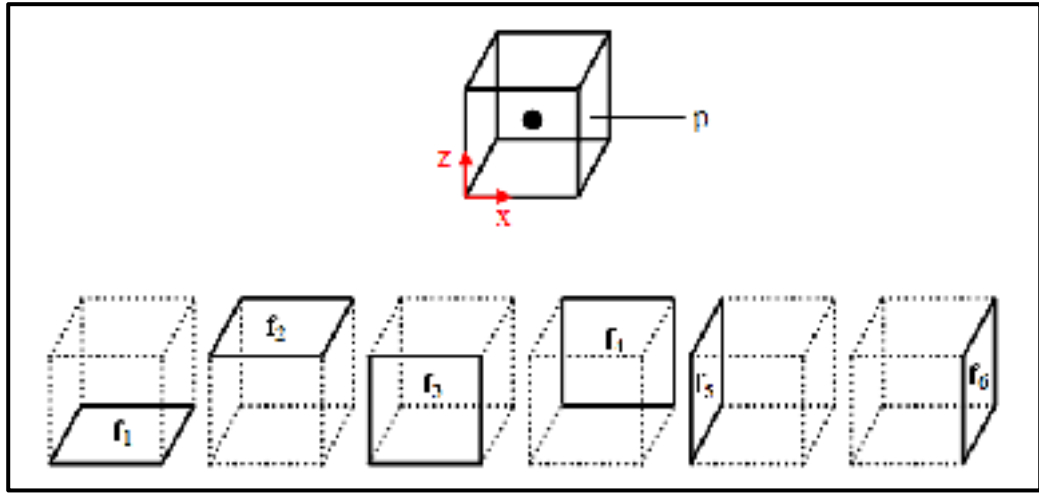


Figure-A III-1 Représentation des différents indices utilisés pour la démonstration de l'influence du cisaillement aux faces sur la divergence des contraintes effectives d'une cellule en utilisant le théorème de Gauss linéarisé

et du théorème de Gauss linéarisé, l'équation de la divergence du tenseur des contraintes effectives après division par le volume de la cellule devient :

$$\int_V \frac{\partial B_{ij}^{eff}}{\partial x_j} dV \approx \sum_{f_i} \mathbf{A} \cdot \mathbf{B}_{ij}^{eff} \quad (\text{A III-1})$$

En développant le terme de droite, on obtient :

$$\begin{aligned} \sum_{f_i} \mathbf{A} \cdot \mathbf{B}_{ij}^{eff} = \sum_{f_i} [ & (A_x B_{xx}^{eff} + A_y B_{yx}^{eff} + A_z B_{zx}^{eff}) \hat{i} + (A_x B_{xy}^{eff} + \\ & A_y B_{yy}^{eff} + A_z B_{zy}^{eff}) \hat{j} + (A_x B_{xz}^{eff} + A_y B_{yz}^{eff} + A_z B_{zz}^{eff}) \hat{k} ] \end{aligned} \quad (\text{A III-2})$$

Pour chacune des faces, on retrouve alors :

$$\begin{aligned}
 f_1: & -A_z(B_{zx}^{eff}\hat{i} + B_{zy}^{eff}\hat{j} + B_{zz}^{eff}\hat{k}), \\
 f_2: & +A_z(B_{zx}^{eff}\hat{i} + B_{zy}^{eff}\hat{j} + B_{zz}^{eff}\hat{k}), \\
 f_3: & -A_y(B_{yx}^{eff}\hat{i} + B_{yy}^{eff}\hat{j} + B_{yz}^{eff}\hat{k}), \\
 f_4: & +A_y(B_{yx}^{eff}\hat{i} + B_{yy}^{eff}\hat{j} + B_{yz}^{eff}\hat{k}), \\
 f_5: & -A_x(B_{xx}^{eff}\hat{i} + B_{xy}^{eff}\hat{j} + B_{xz}^{eff}\hat{k}), \\
 f_6: & +A_x(B_{xx}^{eff}\hat{i} + B_{xy}^{eff}\hat{j} + B_{xz}^{eff}\hat{k})
 \end{aligned} \tag{A III-3}$$

Pour retrouver l'opération différentielle, une division par  $V$  est nécessaire. Ainsi, la divergence du tenseur des contraintes effectives est en fait discrétisée selon :

$$\frac{\partial B_{ij}^{eff}}{\partial x_j} = \frac{\sum_{f_i} \mathbf{A} \cdot \mathbf{B}_{ij}^{eff}}{V} \tag{A III-4}$$

Puis, en utilisant le développement plus haut, elle devient :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial B_{p,ij}^{eff}}{\partial x_j} = & \frac{\left[ \Delta x \Delta y (B_{f_2,zx}^{eff} - B_{f_1,zx}^{eff}) + \Delta x \Delta z (B_{f_4,yx}^{eff} - B_{f_3,yx}^{eff}) \right.}{\Delta x \Delta y \Delta z} \hat{i} \\
 & + \frac{\left[ \Delta x \Delta y (B_{f_2,zy}^{eff} - B_{f_1,zy}^{eff}) + \Delta x \Delta z (B_{f_4,yz}^{eff} - B_{f_3,yz}^{eff}) \right.}{\Delta x \Delta y \Delta z} \hat{j} \\
 & + \frac{\left[ \Delta x \Delta y (B_{f_2,zz}^{eff} - B_{f_1,zz}^{eff}) + \Delta x \Delta z (B_{f_4,yz}^{eff} - B_{f_3,yz}^{eff}) \right.}{\Delta x \Delta y \Delta z} \hat{k}
 \end{aligned} \tag{A III-5}$$

En réarrangeant et en conservant seulement la partie qui évolue en direction normale à la paroi, la divergence du tenseur des contraintes effectives devient finalement le vecteur suivant :

$$\frac{\partial B_{p,i3}^{eff}}{\partial z} = \frac{(B_{f_2,zz}^{eff} - B_{f_1,zz}^{eff})}{\Delta z} \hat{i} + \frac{(B_{f_2,zy}^{eff} - B_{f_1,zy}^{eff})}{\Delta z} \hat{j} + \frac{(B_{f_2,zz}^{eff} - B_{f_1,zz}^{eff})}{\Delta z} \hat{k} \quad (\text{A III-6})$$

Il est alors aisé de retrouver le terme source volumique équivalent à un cisaillement de paroi.



## ANNEXE IV

### LOI DE PAROI PAR AJOUT D'UN TERME SOURCE EXPLICITE

En considérant la discrétisation simplifiée (c.-à-d. stationnaire) de l'équation de Navier-Stokes de la conservation de la quantité de mouvement sous une forme accessible à une résolution matricielle (Patankar, 1980) :

$$a_P u_{i,P} = a_E u_{i,E} + a_W u_{i,W} + a_N u_{i,N} + a_S u_{i,S} + a_T u_{i,T} + a_B u_{i,B} + S_C V_P \quad (\text{A IV-1})$$

où  $(E, W, N, S, T, B)$  correspondent aux nœuds de cellules adjacents à  $P$ ,  $u_i$  à la composante de vitesse,  $a_i$  aux coefficients matriciels et  $S_C$  à la partie constante du terme source au volume  $V_P$  et en sachant que la diagonale de cette matrice est formée par :

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_T + a_B - S_P V_P \quad (\text{A IV-2})$$

où  $S_P$  est la partie linéarisée du terme source au volume  $V_P$ , le terme source global ( $S_G$ ) se trouve à être :

$$S_G = S_C + S_P u_{i,P} \quad (\text{A IV-3})$$

L'ajout d'un terme source explicite pour une loi de paroi revient à définir les deux termes de droite de l'équation précédente, lorsque  $z$  est la direction normale à la paroi, comme étant :

$$S_C = -\frac{\tau_w}{\Delta z} \quad (\text{A IV-4})$$

et

$$S_P u_{i,P} = 0 \quad (\text{A IV-5})$$

où  $w$  correspond à la face qui représente la paroi. Évidemment, cela est valable pourvu que le coefficient matriciel au niveau inférieur à  $P$  soit nul.

C'est une méthode qui rencontre les règles de bases établies (Patankar, 1980) et que l'on retrouve à au moins une reprise dans la littérature (Efros, 2006).

## ANNEXE V

### DÉMARCHE POUR OBTENIR LE COMPORTEMENT ANALYTIQUE MOYEN DE LA VITESSE PROCHE-PAROÏ PAR BILAN DES FORCES

Par bilan des forces, la somme des forces appliquées ( $F$ ) doit balancer avec l'évolution temporelle de la quantité de mouvement du domaine et le débit de quantité de mouvement aux frontières selon :

$$\sum F = \frac{\partial}{\partial t} \left( \int_{VC} \rho u dV \right) + \int_{SC} \rho u \cdot n dA \quad (\text{A V-1})$$

où  $VC$  ( $SC$ ) est le volume (l'aire de la frontière) du domaine de contrôle. À l'aide de la figure A V-I :

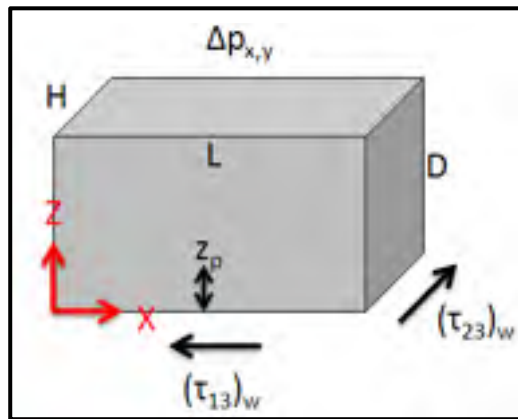


Figure-A V-1 Schématisation des  
indices et du domaine

examinons les forces en présence, c'est-à-dire le gradient de pression et le cisaillement de paroi. En considérant ce domaine en condition stationnaire et traverser par un fluide incompressible, le bilan des forces en direction  $x$  se traduit par :

$$(p_{in} - p_{out})(H * D) - \tau_{13,w}(L * H) = \dot{m}(u_{out} - u_{in}) \quad (\text{A V-2})$$

$$-\frac{\Delta p}{L}(H * D) - \tau_{13,w} * H = 0$$

Puisque le raisonnement est le même en direction  $y$ , on obtient donc la relation qui suit :

$$\tau_{i3,w} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} D \quad (\text{A V-3})$$

Maintenant, sachant que la vitesse moyenne aux nœuds proche-parois et la vitesse de frottement équivaut respectivement à :

$$\bar{U} = \frac{u_*}{\kappa} \ln\left(\frac{z}{z_0}\right) \quad (\text{A V-4})$$

et

$$u_* = \frac{\sqrt[4]{\tau_{13,w}^2 + \tau_{23,w}^2}}{\sqrt{\rho}}, \quad (\text{A V-5})$$

le module de vitesse moyen aux nœuds proche-parois ainsi que leurs composantes doivent donc satisfaire ces deux relations :

$$(\bar{U})_{z=z_p} = \frac{\sqrt{D}}{\kappa} \sqrt[4]{\left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y}\right)^2} \ln\left(\frac{z_p}{z_0}\right) \quad (\text{A V-6})$$

et

$$\frac{(\bar{u})_{z=z_p}}{\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}} = \frac{(\bar{v})_{z=z_p}}{\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y}} \quad (\text{A V-7})$$



## ANNEXE VI

### VÉRIFICATION SOMMAIRE DES TERMES SOURCES LOCAUX DE MWBcorr

Avec la partie du domaine présentée à la figure VI-1 et avec les conditions initiales et les paramètres présentés dans les tableaux VI-1 et VI-2, on peut calculer analytiquement les résultats présentés par étape dans les tableaux VI-3 à VI-5.

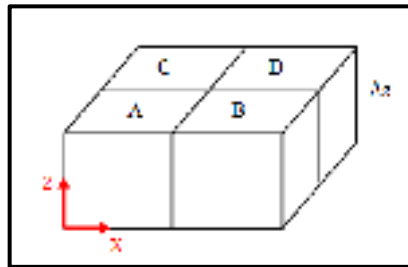


Figure-A VI-1 Partie proche-paroi du domaine pour le test

Tableau-A VI-1 Conditions initiales du test pour la loi MWB

	$\tilde{u}_p$	$\tilde{v}_p$	$\tilde{w}_p$
A	4	3	0
B	6	8	
C	12	5	
D	9	12	

Tableau-A VI-2 Conditions constantes du test pour la loi MWB

$\beta$	$\kappa$	$\Delta z$	$\Delta z$	$u_{i,w}$
0,1	0,4	1 m	5,4366 m	0 m/s

Tableau-A VI-3 Résultats analytiques des valeurs intermédiaires à l'initialisation de la loi MWB dans les conditions du test

$\langle \tilde{U}_p \rangle$	$\langle \tilde{u}_p \rangle$	$\langle \tilde{v}_p \rangle$	$\langle (\tilde{U}_p - \langle \tilde{U}_p \rangle)^2 \rangle$	$\langle (\tilde{u}_p - \langle \tilde{u}_p \rangle)^2 \rangle$	$\langle (\tilde{v}_p - \langle \tilde{v}_p \rangle)^2 \rangle$	$u_*$
10,75	7,75	7,00	14,1875	9,1875	11,5	4,3

Tableau-A VI-4 Résultats analytiques des cisaillements de paroi à l'initialisation pour chacune des cellules de la loi MWB dans les conditions du test

	$\tau_{13,w}$	$\tau_{23,w}$
A	-9,7428	-8,6186
B	-12,289	-12,266
C	-15,998	-11,804
D	-15,290	-15,472

Tableau-A VI-5 Résultats analytiques du terme source explicite de paroi à l'initialisation pour chacune des cellules de la loi MWB dans les conditions du test

	$\frac{\tau_{13,w}^{correction}}{\Delta z}$	$\frac{\tau_{23,w}^{correction}}{\Delta z}$
A	-1,792	-1,585
B	-2,260	-2,256
C	-2,943	-2,171
D	-2,812	-2,846

Le tableau A VI-5 correspond exactement à ce qui est calculé par la simulation numérique et présenté à la figure A VI-2.

```

FoamFile
{
  version      2.0;
  format       ascii;
  class        volVectorField;
  location     "1";
  object       correction;
}
// *****

dimensions     [0 1 -2 0 0 0];

internalField  nonuniform List<vector> 8(((1.79208 1.58531 0) (2.26048 2.25621 0) (2.94266 2.17117 0)
(2.81245 2.84585 0) (0 0 0) (0 0 0) (0 0 0) (0 0 0)));

```

Figure-A VI-2 Résultats numériques du terme source explicite proche-paroi à l'initialisation pour chacune des cellules de la loi MWB dans les conditions du test sous un calcul parallèle



## ANNEXE VII

### VÉRIFICATION SOMMAIRE DE L'IMPLÉMENTATION DES FONCTIONS DE STABILITÉ ET DE LA LONGUEUR D'ÉCHELLE VARIABLE DU MET OFFICE POUR LA VISCOSITÉ TOURBILLONNAIRE ET LA DIFFUSIVITÉ THERMIQUE DE SOUS-FILTRE

Avec la partie du domaine présentée à la figure VII-1 et avec les conditions initiales et les paramètres présentés dans les tableaux VII-1 et VII-2, il est possible de calculer analytiquement la viscosité tourbillonnaire et la diffusivité thermique de sous-filtre.

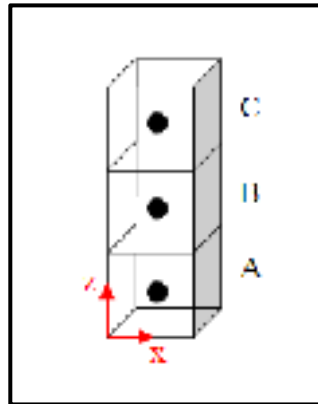


Figure-A VII-1 Partie typique du domaine pour le test des fonctions de stabilité et de la longueur d'échelle variable du Met Office

Tableau-A VII-1 Conditions initiales du test pour le test des fonctions de stabilité et de la longueur d'échelle variable du Met Office

	$\tilde{u}$	$\tilde{v}$	$\tilde{w}$	$\tilde{\theta}$
A	2	1	0	310
B	5	3		300
C	10	0		300

Tableau-A VII-2 Conditions  
constantes pour le test des  
fonctions de stabilité et de la  
longueur d'échelle variable du  
Met Office

$\mathbf{g}_i$	(0; 0; -9,81) m/s <sup>2</sup>
$\kappa$	0,4
$\mathbf{z}_0$	0,1 m
$\mathbf{n}$	2
$\mathbf{b}$	40
$\mathbf{c}$	16
$\Delta \mathbf{x}_i$	10 m
$\mathbf{u}_{i,w}$	0 (fixe)
$\mathbf{u}_{i,top}$	(10;0;0) m/s (fixe)
$\theta_w$	300 K (fixe)
$\theta_{top}$	312,5 K

Sous ces conditions, le nombre local de Richardson gradient et la viscosité tourbillonnaire de sous-filtre se simplifient :

$$Ri = \frac{|g_i|}{\tilde{\theta}} \frac{\frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial z}}{\left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial \tilde{v}}{\partial z}\right)^2} \quad (\text{A VII-1})$$

et

$$\nu_{SFS} = l^2 \sqrt{\left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial \tilde{v}}{\partial z}\right)^2} \quad (\text{A VII-2})$$

En utilisant la discrétisation CD pour des mailles de hauteur uniforme (*Voir* équation 6.3), on obtient alors les résultats présentés par étape dans les tableaux VII-3 et VII-4.

Tableau-A VII-3 Résultats analytiques des valeurs intermédiaires à l'initialisation pour le test des fonctions de stabilité et de la longueur d'échelle variable du Met Office

	$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial z}$	$\frac{\partial \tilde{v}}{\partial z}$	Ri	$f_m$	$f_h$
A	0,35	0,2	0	1	1,43
B	0,4	-0,05	0,1006	0,1275	0,1603
C	0,25	-0,15	0,2792	0	0

Tableau-A VII-4 Résultats analytiques des valeurs de viscosité tourbillonnaire et de diffusivité de sous-filtre à l'initialisation pour le test des fonctions de stabilité et de la longueur d'échelle variable du Met Office

	Smagorinsky + fonctions de stabilité		SmagorinskyMETO + fonctions de stabilité	
	$\nu_{SFS}$	$\kappa_{SFS}$	$\nu_{SFS}$	$\kappa_{SFS}$
A	1,1349	1,6229	0,6769	0,9680
B	0,1447	0,1819	0,1343	0,1689
C	0	0	0	0

Le tableau A VII-4 correspond exactement à ce qui est calculé par la simulation numérique et présenté à la figure A VII-2.

[illegible]

Figure-A VII-2 Résultats numériques des viscosités tourbillonnaires et des diffusivités thermiques de sous-filtres à l'initialisation pour chacune des cellules (3x3 fois la figure-A VII-1) pour le test des fonctions de stabilité et de la longueur d'échelle variable du Met Office pour le modèle Smagorinsky (gauche) et SmagorinskyMETO (droite) sous un calcul parallèle



## ANNEXE VIII

### ÉNUMÉRATION DES DIFFÉRENTS CONTRÔLES DE LA SOLUTION ET DE L'ALGORITHME

Tableau-A VIII-1 Propriétés du contrôle de la solution et de l'algorithme pour les simulations sans inversion thermique

	<b>pd</b>	<b>pdFinal</b>	<b>U</b>
solveur linéaire	PCG	PCG	PBiCG
préconditionneur	DIC	DIC	DILU
tolérance	$10^{-6}$	$10^{-6}$	$10^{-15}$
tolérance relative	0,01	0	0
nombre d'itération max.	10 000	10 000	10 000

Tableau-A VIII-2 Propriétés du contrôle de la solution et de l'algorithme pour les simulations avec inversion thermique

	<b>pd</b>	<b>pdFinal</b>	<b>U</b>	<b>T</b>
solveur linéaire	GAMG	GAMG	PBiCG	PBiCG
<i>smoother</i> /préconditionneur	DIC	DIC	DILU	DILU
tolérance	$10^{-6}$	$10^{-7}$	$10^{-15}$	$10^{-15}$
tolérance relative	0,01	0	0	0



## ANNEXE IX

### EXPLICATION DE LA MESURE DE L'INSTATIONNARITÉ DE A94

Partons de l'équation de la conservation de la quantité de mouvement de Navier-Stokes incompressible en direction  $x$  :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} + \tilde{u}_j \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \nu_{eff} \left( \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x} \right) \right] + f_{c_j} \epsilon_{1jk} \tilde{u}_k - f_{c_3} v_g \\ - \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\tilde{p}}{\rho} + \frac{2}{3} k_{SFS} \right) \end{aligned} \quad (\text{A IX-1})$$

Pour le régime permanent et sur un domaine horizontalement périodique, en appliquant  $\langle \rangle$  sur (A IX-1) :

$$\frac{\partial \langle \tilde{u} \rangle}{\partial t} = 0; \quad \frac{\partial \langle \tilde{u} \rangle}{\partial x} = \frac{\partial \langle \tilde{u} \rangle}{\partial y} = \frac{\partial \langle \tilde{v} \rangle}{\partial x} = \frac{\partial \langle \tilde{v} \rangle}{\partial y} = \langle \tilde{w} \rangle = 0; \quad \frac{\partial \langle \tilde{p} \rangle}{\partial x} = \frac{\partial \langle k_{SFS} \rangle}{\partial x} = 0, \quad (\text{A IX-2})$$

cela donne :

$$0 = \frac{\partial}{\partial z} \left[ \langle \nu_{eff} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial z} \rangle \right] + f_{c_3} \langle \tilde{v} \rangle - f_{c_3} v_g \quad (\text{A IX-3})$$

En réarrangeant et en intégrant, on obtient :

$$- \int_0^H \frac{\partial}{\partial z} \left[ \langle \nu_{eff} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial z} \rangle \right] dz = f_{c_3} \int_0^H (\langle \tilde{v} \rangle - v_g) dz \quad (\text{A IX-4})$$

Sachant qu'à la frontière du haut, le cisaillement est nul, on se retrouve avec :

$$\langle v_{eff} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial z} \rangle_w = f_{c_3} \int_0^H (\langle \tilde{v} \rangle - v_g) dz \quad (\text{A IX-5})$$

Maintenant sachant que :

$$\langle v_{eff} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial z} \rangle_w = \frac{\langle \tau_{13,w} \rangle}{\bar{\rho}} = -u_*^2 \cos \phi_p = -\langle u'w' \rangle_w \quad (\text{A IX-6})$$

où par convention la vitesse de frottement est négative seulement pour signifier qu'elle est de sens contraire au cisaillement, on retrouve finalement la relation :

$$1 = -\frac{f_{c_3}}{\langle u'w' \rangle_w} \int_0^H (\langle \tilde{v} \rangle - v_g) dz \quad (\text{A IX-7})$$

La même démarche pour la composante de vitesse en direction  $y$  donne :

$$1 = \frac{f_{c_3}}{\langle v'w' \rangle_w} \int_0^H (\langle \tilde{u} \rangle - u_g) dz \quad (\text{A IX-8})$$

Numériquement, c'est l'équivalent de faire l'opération suivante :

$$1 = \frac{f_{c_3} \langle \tilde{U}_p \rangle}{u_*^2 \langle \tilde{v}_p \rangle} \sum_{i=1}^{N_z} (\langle \tilde{u} \rangle - u_g) \Delta z \quad (\text{A IX-9})$$

Les écarts observables par rapport à la partie de droite (c.-à-d. 1) de (A IX-7) et de (A IX-8) quantifiant alors le déséquilibre de l'écoulement par rapport à la solution stationnaire dans les deux directions horizontales.

## ANNEXE X

### PROFILS VERTICAUX DES COMPOSANTES HORIZONTALES DE VITESSE SOUS DIFFÉRENTS MAILLAGES ET LOIS DE PAROI SELON LES CONDITIONS DE A94

Les figures A X-1 et A X-II illustrent que sous un maillage grossier,  $u$  et  $v$  au toit du domaine n'atteignent pas le vent géostrophique avec les conditions de A94. Il s'avère également que la loi de paroi a un effet substantiel sur une CLA sans inversion thermique, l'influence d'un flux au sol plus élevé devant être amorti sur une plus grande distance.

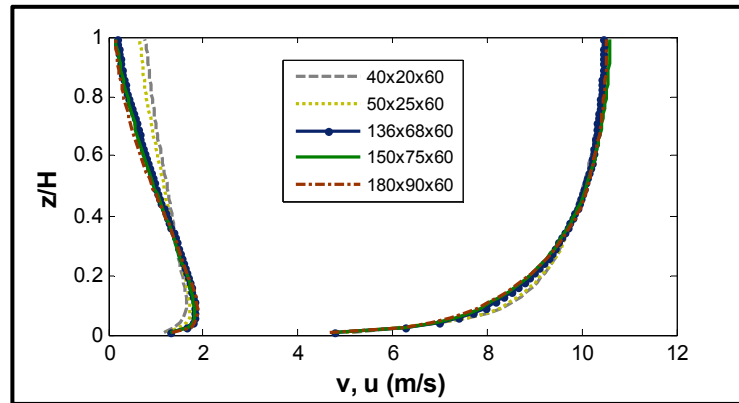


Figure-A X-1 Profil vertical moyen des composantes horizontales de vitesse avec une loi de paroi SG en fonction du maillage selon les conditions de A94

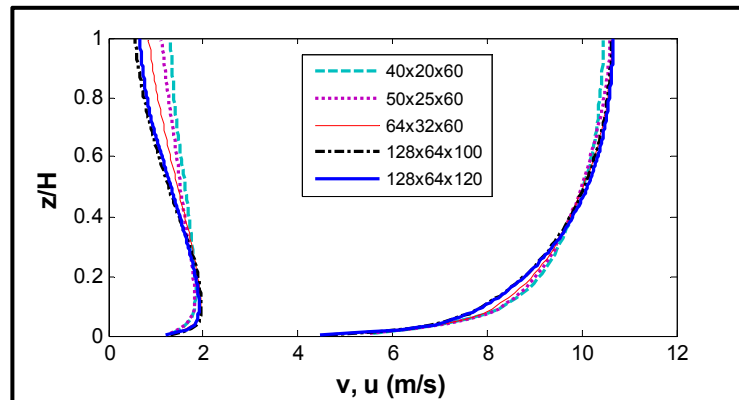


Figure-A X-1 Profil vertical moyen des composantes horizontales de vitesse avec une loi de paroi MWB en fonction du maillage selon les conditions de A94



## ANNEXE XI

### DÉMARCHE POUR OBTENIR L'ERREUR ASSOCIÉE À LA DISCRÉTISATION LINÉAIRE D'UN PROFIL VERTICAL LOGARITHMIQUE

Sachant, à condition que le maillage soit uniforme et orthogonal, que le théorème de Gauss linéarisé estime, lorsque normalisé par le volume de la cellule, les gradients verticaux comme suit :

$$\frac{\partial \tilde{u}_i(z)}{\partial z} = \frac{u_i\left(z + \frac{\Delta z}{2}\right) - u_i\left(z - \frac{\Delta z}{2}\right)}{\Delta z} \quad (\text{A XI-1})$$

et que les vitesses aux faces  $\left(u_i\left(z \pm \frac{\Delta z}{2}\right)\right)$  sont obtenues par interpolation linéaire en  $z$  entre les centres des cellules, on obtient la discrétisation suivante :

$$\frac{\partial u_i(z)}{\partial z} = \frac{u_i(z + \Delta z) - u_i(z - \Delta z)}{2\Delta z} \quad (\text{A XI-2})$$

En supplant les composantes de vitesse et leur gradient par la similarité, on obtient les deux expressions de (A XI-3) pour  $\partial_3 u_i$ . À gauche, l'exacte, à droite, la discrétisée selon (A XI-2) :

$$\frac{u_*}{\kappa z} \frac{u_{i,p}}{U_{i,p}} \neq \frac{u_*}{\kappa} \ln\left(\frac{z + \Delta z}{z - \Delta z}\right) \frac{1}{2\Delta z} \frac{u_{i,p}}{U_{i,p}} \quad (\text{A XI-3})$$

Pour parvenir à une égalité, on doit multiplier le côté droit de l'équation précédente par :

$$\frac{2\Delta z}{z \ln\left(\frac{z + \Delta z}{z - \Delta z}\right)} \quad (\text{A XI-4})$$

Sinon, la surestimation des gradients verticaux sera de l'ordre de la fonction inverse de (A XI-4).



## APPENDICE A

### DESCRIPTION AND GUIDELINES OF THE LESforABL SOLVER



## Plan

- Overview
- Mathematical model
  - Filtered governing equations
  - Subfilter models
  - Wall models
- Numerical method
- Solver inputs
  - Initial conditions
  - Boundary conditions
  - Discretization
- Solver outputs
  - Statistics



## Overview

- LESforABL is a Large-Eddy Simulation OpenFOAM solver based on a mix of the LES ABLPisoSolver from NREL and the RANS buoyantBoussinesqPisoFoam from the 1.6 version of OpenFOAM and in which several enhancements have been made by its author.
- It keeps compatibility with the OpenFOAM libraries where all the dynamics and physics are computed at cell center.
- It can simulate a neutral ABL on flat terrain with the help of OpenFOAM 1.7.x libraries and with 'z' as the vertical direction.
- A slip lid or an inversion layer could be chosen to cap the ABL where the incompressible flow is driven by the geostrophic wind, influenced by the Coriolis force and buoyancy effects and where laws-of-wall are implemented to avoid the excessive severity of mesh refinement needed to compute the physics in the wall region.

April 28th 2012

## Mathematical model

- **Filtered governing equations**

- **Momentum**

$$\underbrace{\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t}}_I + \underbrace{\frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j}}_{II} = \underbrace{\left( -\frac{\bar{\theta} - \theta_0}{\theta_0} \right) g_i}_{III} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \nu_{eff} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right]}_{IV} + \underbrace{f_{ci} \epsilon_{ijk} \bar{u}_k}_V$$

$$- \underbrace{\left( \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial p}{\partial x_i} \right)}_{VI} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\bar{p}^d}{\bar{\rho}} + \frac{2}{3} k_{SFS} \right)}_{VII} - \underbrace{\frac{\tau_{i3,w}}{\bar{\rho} \Delta z}}_{VIII}$$

- I) Time derivative
- II) Convection term
- III) Buoyancy force
- IV) Divergence of the effective momentum fluxes
- V) Coriolis force (vertical acceleration neglected)
- VI) Driving pressure gradient
- VII) Divergence of the normal stress including pressure deviation from large scale (VI)
- VIII) Body force (near surface cells only) to correct the effect of wall shear stress

April 28th 2012

# Mathematical model

- **Filtered governing equations**
  - Potential temperature

$$\underbrace{\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t}}_I + \underbrace{\bar{u}_j \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_j}}_{II} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \kappa_{SFS} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_j} \right]}_{III}$$

- I) Time derivative
- II) Convection term
- IV) Divergence of the subfilter temperature fluxes

- **Subfilter models**

- Stratification

Two approaches are present for taking account of the buoyancy: the well-known Met Office stability functions (Mason & Brown 1999) and the unpublished adjusted Prandtl turbulent number function used in the ABLPisoSolver (NREL).

April 28th 2012

# Mathematical model

- Stratification

Measure of stability	Met Office		NREL	
	$Ri = \frac{ W }{\bar{\theta}} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z}$		$s = \frac{ W }{\bar{\theta}_0} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z}$	
Stability functions	$Ri \leq 0$	$f_m = \sqrt{1 - c Ri}$ $f_n = 1.43 \sqrt{1 - 0.8 Ri}$		$f_m = 1$ $f_n = 1 + 2 \frac{l_{py}}{\Delta}$
	$0 < Ri \leq 25$	$f_m = \left(1 - \frac{Ri}{R_c}\right)^4$ $f_n = 1.43 \left(1 - \frac{Ri}{R_c}\right)^4 (1 - 1.2 Ri)$	$s > 0$	$f_{py} = \max \left( \min \left[ 7.6 \frac{l_{py}}{\Delta} \left( \frac{1}{\sqrt{s}} \right), \Delta \right], 0.0075 \Delta \right)$
	$Ri > 25$	$f_m = f_n = 0$	$s < 0$	$f_{py} = 0$

- Thermal diffusivity

$$\kappa_{SFS} = \frac{\nu_{SFS}}{Pr_t} = \nu_{SFS} * f_n / f_m$$

April 28th 2012

## Mathematical model

- **Momentum diffusivity**

Two subfilter eddy viscosity models have been implemented in two adapted libraries: classic Smagorinsky and Met Office Smagorinsky.

$$\nu_{SFS} = l^2 f_m \sqrt{2 \bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij}}$$

	Smagorinsky	Met Office Smagorinsky
Mixing length	$l = C_s \Delta$	$\frac{1}{l^n} = \frac{1}{(C_s \Delta)^n} + \frac{1}{(\kappa(z + z_0))^n}$

Note: other viscosity models from the original libraries are still compatible with the solver but they have to be modified in order to accept a new volScalarField named **fm**. The reason behind this is because without modification, OpenFOAM generates values for its viscosity models without any stratification factor which is generally not compatible with the ABL literature.

April 28th 2012

## Mathematical model

- **Wall models**

- **Laws-of-the-wall**

Three ABL log laws have been implemented in the solver: the well-known Schumann-Grötzbach law (SG), the local version of SG (localSG) used by several LES ABL codes (MC2, Méso-NH, etc.) and the unpublished Moeng-Wei-Brasseur law (MWB).

$$\tau_{13,w}^{SG} = -\rho u_*^2 \frac{\bar{u}_{1,p}}{\langle \bar{U}_p \rangle}$$

$$\tau_{13,w}^{localSG} = -\rho u_{*local}^2 \frac{\bar{u}_{1,p}}{\bar{U}_p}$$

$$\tau_{13,w}^{MWB} = -\rho u_*^2 \left( \frac{\langle \bar{u}_{1,p} \rangle}{\langle \bar{U}_p \rangle} + \beta \frac{(\bar{U}_p - \langle \bar{U}_p \rangle) \langle \bar{u}_{1,p} \rangle + \langle \bar{U}_p \rangle (\bar{u}_{1,p} - \langle \bar{u}_{1,p} \rangle)}{\sqrt{(\langle \bar{U}_p - \langle \bar{U}_p \rangle \rangle^2 \langle \bar{u}_{1,p} \rangle^2 + \langle \bar{U}_p \rangle^2 \langle \bar{u}_{1,p} - \langle \bar{u}_{1,p} \rangle \rangle^2)}} \right)$$

April 28th 2012



## Mathematical model

- Near-wall gradient laws**

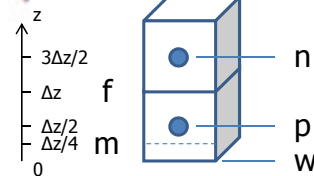
Since OpenFOAM has a collocated arrangement for all their dynamics and physics values, velocity components, potential temperature and pressure have to be prescribed directly at the wall in order to compute vertical gradients at and near the wall. In fact a roughness is always present and wall values are undefined. In the same time, according to Brasseur & Wei (2010), the near wall region has a huge impact on the quality of simulations. So to be able to reproduce as well as possible gradients in this log region, an approach inspired by Moeng 1984 has been implemented in a library as boundary condition for velocity components.

$$u_{i,w} = \bar{u}_{i,f} - \Delta z \left( a_1 \frac{\partial \bar{u}_{i,f}}{\partial z} + a_2 \frac{\partial \bar{u}_{i,m}}{\partial z} \right) \quad (i = 1; 2)$$

where

$$\frac{\partial \bar{u}_{i,f}}{\partial z} = \frac{\bar{u}_{i,n} - \bar{u}_{i,p}}{\Delta z}$$

$$\frac{\partial \bar{u}_{i,m}}{\partial z} = \frac{\bar{u}_{i,m} - \bar{u}_{i,p}}{\Delta z/4}$$



and  $0.67 \leq a_1 \leq 1.0$  and  $a_2 = 1 - a_1$

(exact discrete weighting:  
-  $a_1 = 0.7$  &  $a_2 = 0.3$ )  
(exact similarity)

or  $a_1 = 0$  and  $a_2 = 0.5$

April 28th 2012

## Mathematical model

- Near-wall gradient laws**

For the potential temperature, the vertical gradient near the wall attempts, with a new library, to match the evolution away from the wall by a simple but accurate extrapolation.

$$\theta_w = \bar{\theta}_f - \Delta z \frac{\partial \bar{\theta}_f}{\partial z}$$

- Others boundary conditions at the wall**

For the pressure deviation, the same library developed by the NREL is used. It means that at the wall, the vertical gradient matches the buoyancy component.

$$\left. \frac{\partial \bar{p}^d}{\partial z} \right|_w = - \frac{\bar{\theta}_w - \theta_0}{\theta_0} g$$

Finally, both subfilter diffusivity must be equal to zero at the wall.

**Note:** An improvement of the solver by adding convective capability is pretty simple. Only the boundary conditions at the wall will have to be modified. Indeed, the friction velocity should be indexed in order to account of the Obukhov length. Laws-of-wall will be needed for the potential temperature and their implementations by explicit Gauss theorem fashioned-way is recommended. The near-wall vertical gradient of the potential temperature procedure could be the same or tied to the similarity in the same manner as velocity gradient.

April 28th 2012



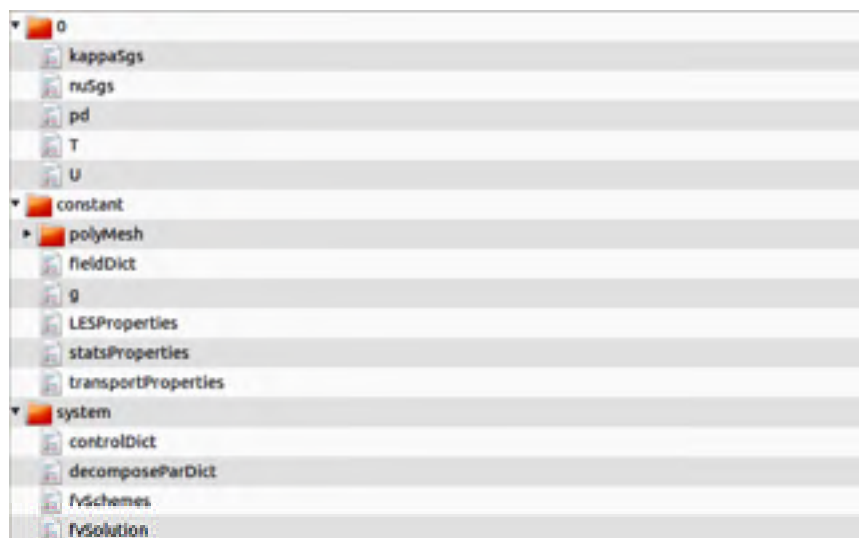
## Numerical method

- A simple but accurate improved PISO algorithm is used to recover a stronger coupled-like matrixial semi-implicit resolution of the governing equations.
  - Improved because an outer loop is added to the predictor-corrector steps which without it gives erroneous results when permanent potential temperature gradients are supposed to be found in the simulation.
  - Semi-implicit because both the subfilter diffusivities and the law-of-the-wall shear stress are treated explicitly and they come from the previous time step.
- As mentioned before, all the variables are calculated at the cell center as a regular collocated arrangement code. To avoid unphysical oscillation of the pressure, a similar Rhie & Chow interpolation is used natively by OpenFOAM. The emphasis on the conservation of this integral arrangement also insure a maximal compatibility with the actual and future versions of OpenFOAM.



April 28th 2012

## Solver inputs



April 28th 2012



## Solver inputs

- **constant/fieldDict**

```
// ***** //
// Describe the initial potential temperature and velocity profiles
// (Used with Tinit & Uinit executables)
// ***** //

//Vertical number of cells
Nz 75;

//Initial top of ABL
zi 468;

//Top of the inversion layer
zInter 530.5;

//Domain height
H 1000;

//Potential temperature in the ABL
T0 300;

//Potential temperature at the top of the
//inversion layer
TInter 308;

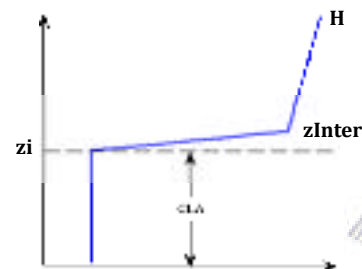
//Potential temperature at the end of the domain
TH 309.4085;

//Variance of the normal distribution for the
//random perturbations
factor 0.1;

//Key to initialise the random number
key 1234567;
```

Dictionary used to capture the properties of initial profiles for velocity and potential temperature when running the U\_init and T\_init executables distributed with the code.

The velocity components are initialised with the geostrophic wind where random perturbations are added to the lowest four grid levels.



April 28th 2012

## Solver inputs

- **constant/g**

```
// ***** //
dimensions  [0 1 -2 0 0 0 0];
value      [ 0.0 0.0 -9.81 ];
// ***** //
```

- **constant/statsProperties**

```
// ***** //
// Write spatial average results with also the Brasseur & Wei 2010 criterias
// The frequency of writing is : statisticsFrequency*deltaT
// ***** //

// Are statistics to be gathered?
statisticsOn true;

// At which frequency statistics are to be taken and written?
statisticsFrequency 50;

// ***** //
```

April 28th 2012



## Solver inputs

- constant/LESProperties

```
// ***** //
```

```
LESModelStratified      SmagorinskyMET0Stratified;
//LESModelStratified    SmagorinskyStratified;

printCoeffs    on;

delta          cubeRootVol;

cubeRootVolCoeffs
{
    deltaCoeff    1;
}

SmagorinskyMET0StratifiedCoeffs
{
    ce    1.048;
    ck    0.094;
    n      2;
}

/*SmagorinskyStratifiedCoeffs
{
    ce    1.048;
    ck    0.131915;
}*/

// ***** //
```

Choice of subfilter model.

Filter length. CubeRootVol:

$$\Delta = \sqrt[3]{\Delta x \Delta y \Delta z}$$

Constant coefficients for the subfilter model.

$$C_S = \sqrt{ck} \sqrt{\frac{ct}{ce}}$$

April 28th 2012

## Solver inputs

- constant/transportProperties

```
// ***** //
```

```
transportModel    Newtonian;

// Molecular viscosity
nu                nu [ 0 2 -1 0 0 0 ] 0;

// Velocity vector of the geostrophic wind
UWind            UWind [ 0 1 -1 0 0 0 ] (15 0 0);

// Specify the driving pressure gradient instead of the
// geostrophic (UWind has to be equal to [0 0 0])
gradPdByPass     gradPdByPass [ 0 1 -2 0 0 0 ] (0 0 0);

// Coriolis parameter
fc                fc [ 0 0 -1 0 0 0 ] (0 1.03e-4 1.03e-4);

// Roughness length
z0                z0 [ 0 1 0 0 0 0 ] 0.16;

// Von Karman constant
kappa             0.4;

// Reference potential temperature (T0)
TRef              TRef [ 0 0 0 1 0 0 ] 300;
```

Relation between the driving pressure gradient (LHS), the Coriolis parameter (RHS-L) and the geostrophic wind (RHS-R):

$$\left\langle \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \right\rangle = -f_{c3} u_g$$

$$\left\langle \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \right\rangle = f_{c3} v_g$$

April 28th 2012





## Solver inputs

- constant/transportProperties (continued)

```
// Name of the lower boundary
lowerBoundaryName "bottom";

// Choice of the correction loading
// to the version of law-of-the-wall
// (30 or MWB or logu30)
correctionWall "lawu30";

// Amplitude of the correction for
// the MWB law-of-the-wall
betaSurfaceStress "0.15";

// Choice of the friction velocity
// version (classic or stable)
uStarVersion "classic";

// Choice of stratification model
// (Mason or Churchfield or none)
stratificationModel "Mason";

// Choice of the constants set for the
// stratification model from Mason & al.
// (default or conventional)
constantsSet "conventional";

// Weights of the interpolation for
// the vertical velocity gradient
// at the wall
a1 0.0;
a2 0.5;
```

Name of the boundary given to the wall in the constant/polyMesh/blockMeshDict file.

Value of  $\beta$  for the MWB (default value: -0.15).

Choice for friction velocity (small difference observed) respectively classic and stable:

$$u_{*c} = \frac{(\sqrt{u_p^2 + v_p^2})K}{\ln\left(\frac{z}{z_0}\right)} \quad u_{*s} = \frac{\sqrt{(u_p)^2 + (v_p)^2}K}{\ln\left(\frac{z}{z_0}\right)}$$

Choice for the stratification:

Mason = Met Office; Churchfield = NREL

For the Met Office stratification model, two sets available: default: c=16 and b=40 & conventional: c=b=1.43.

The conventional model seems to be more adequate for this solver.

April 28th 2012



17

## Solver inputs

- system/controlDict

```
// ***** //

application    LESforABL;

startFrom      startTime;

startTime      0;

stopAt         endTime;

endTime        15255;

deltaT         1.0;

writeControl    adjustableRunTime;
//writeControl  timeStep;

writeInterval   5005;

pungewrite     0;

//writeFormat   binary;
writeFormat     ascii;

writePrecision  8;
```

adjustableRunTime: write fields each writeInterval  
timeStep: write fields each writeInterval\*deltaT

April 28th 2012



18

## Solver inputs

- system/controlDict (continued)

```

writePrecision 0;
writeCompression uncompressed;
timeFormat general;
timePrecision 0;
runTimeModifiable yes;
adjustTimeStep yes;
//adjustTimeStep no;
maxDeltaT 1.5;
maxCo 0.5;
libs ("gradCorr.so" "gradTcorr.so" "libuserFiniteVolume.so");

```

You can run your case with a fixed CFL or a fixed deltaT.

Fixed CFL: maximum value of  $\Delta t$

Fixed CFL: targeted CFL

Libraries needed for the boundary conditions. Respectively for U, T and pd.



April 28th 2012



## Solver inputs

- system/fvSchemes

```

// .....
ddtSchemes
{
    default CrankNicolson 1.0;
}
divSchemes
{
    default Gauss linear;
}
gradSchemes
{
    default Gauss linear;
    grad(U) Gauss cubic;
}
laplacianSchemes
{
    default Gauss linear uncorrected;
}
interpolationSchemes
{
    default linear;
}
snGradSchemes
{
    default uncorrected;
}
fluxRequired
{
    default no;
    pd 1;
}

```

Emphasis on low-dissipative schemes is crucial. CrankNicolson temporal scheme (ddt(U) & ddt(T)) and linear convection scheme (div(phi,U) & div(phi,T)) are the best options available.

Linear interpolation for the gradient lead to more stable results. You can also choose cubic to diminish the overestimation of the velocity gradient in the near-wall region. In the future, corrections have to be implemented in order to match the Gauss theorem with log profile.

No need of correction because all the cells must be orthogonal.



April 28th 2012



## Solver inputs

- system/fvSolution

```
// ***** //
```

```
solvers
```

```
{
```

```
    pc
```

```
    {
```

```
        // solver          PCG;
```

```
        // preconditioner  DSC;
```

```
        // tolerance       1e-8;
```

```
        // relTol          0.01;
```

```
        // solver          GAMG;
```

```
        // tolerance       1e-4;
```

```
        // relTol          0.01;
```

```
        // smoother        DSC;
```

```
        // nPreSweeps       0;
```

```
        // nPostSweeps      2;
```

```
        // nFinestSweeps    2;
```

```
        // cacheAgglomeration true;
```

```
        // nCellsInCoarsestLevel 100;
```

```
        // agglomerator      faceAreaPair;
```

```
        // mergeLevels      2;
```

```
    }
```

```
    pdFinal
```

```
    {
```

```
        // solver          PCG;
```

```
        // preconditioner  DSC;
```

```
        // tolerance       1e-8;
```

```
        // relTol          0;
```

```
        // solver          GAMG;
```

```
        // tolerance       1e-4;
```

```
        // relTol          0;
```

```
        // smoother        DSC;
```

```
        // nPreSweeps       0;
```

```
        // nPostSweeps      2;
```

```
        // nFinestSweeps    2;
```

```
        // cacheAgglomeration true;
```

```
        // nCellsInCoarsestLevel 100;
```

```
        // agglomerator      faceAreaPair;
```

```
        // mergeLevels      2;
```

```
    }
```

PCG for small case (~< 150 000 cells).  
GAMG for the rest (with NREL default options for GAMG).

April 28th 2012



## Solver inputs

- system/fvSolution (continued)

```
U
```

```
{
```

```
    solver          PBICG;
```

```
    preconditioner  DILU;
```

```
    tolerance       1e-15;
```

```
    relTol          0;
```

```
}
```

```
T
```

```
{
```

```
    solver          PBICG;
```

```
    preconditioner  DILU;
```

```
    tolerance       1e-15;
```

```
    relTol          0;
```

```
}
```

```
}
```

```
PISO
```

```
{
```

```
    nCorrectors      3;
```

```
    nNonOrthogonalCorrectors 0;
```

```
    pdRefCell        0;
```

```
    pdRefValue       0;
```

```
}
```

```
options
```

```
{
```

```
    tempEqnOn        true;
```

```
    nSuperLoop        1;
```

```
}
```

```
// ***** //
```

One PISO predictor followed by three correctors. Pressure gradient is required to solve the momentum N-S, a reference value is needed in order to give a starting point for the derivative.

Turn on or off the temperature equation. Number of nSuperLoop (outer) needed (zero for purely momentum or one when potential temperature is included). It repeats "n" time(s) the PISO sequence.

April 28th 2012



## Solver outputs

- Multiple files (U, pd, T, nuSgs, kappaSgs, Ri, Uprime, Tprime) for the solution fields are written in time directories in the traditional manner of OpenFOAM.
- Two other directories are created by the code for the spatial average statistics in the spirit of the NREL solver : statistics and HAZCriteria.

Cell-center quantities	Description
B12_mean, B13_mean, B23_mean	$\langle B_{eff,13}^D \rangle, \langle B_{eff,12}^D \rangle, \langle B_{eff,23}^D \rangle$
hLevelsCell	Cell center heights
kappaSGS_mean, nuSGS_mean	$\langle \kappa_{SFS} \rangle, \langle \nu_{SFS} \rangle$
magU_mean, U_mean, V_mean, W_mean	$\langle U \rangle, \langle u \rangle, \langle v \rangle, \langle w \rangle$
pd_mean	$\langle p^d + \frac{2}{3} \kappa_{SFS} \rangle$
phiM, phiM2	$\frac{\kappa}{u_*} \frac{\partial \langle U \rangle}{\partial z}, \frac{\kappa}{u_*} \sqrt{\left( \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial \langle v \rangle}{\partial z} \right)^2}$
q1_mean, q2_mean, q3_mean	$\langle B_{\theta 1} \rangle, \langle B_{\theta 2} \rangle, \langle B_{\theta 3} \rangle$
rhok_mean	$\langle 1 - (\theta - \theta_0) / \theta_0 \rangle$

April 28th 2012

## Solver outputs

- Statistics directory(continued)

Cell-center quantities	Description
T_mean	$\langle \theta \rangle$
Tu_mean, Tv_mean, Tw_mean	$\langle \theta' u' \rangle, \langle \theta' v' \rangle, \langle \theta' w' \rangle$
uv_mean, uw_mean, vw_mean	$\langle u' v' \rangle, \langle u' w' \rangle, \langle v' w' \rangle$
uu_mean, vv_mean, ww_mean	$\langle u' u' \rangle, \langle v' v' \rangle, \langle w' w' \rangle$
wuv_mean, wuw_mean, wvw_mean	$\langle w' u' v' \rangle, \langle w' u' w' \rangle, \langle w' v' w' \rangle$
wuu_mean, wvv_mean, www_mean	$\langle w' u' u' \rangle, \langle w' v' v' \rangle, \langle w' w' w' \rangle$
dudz_mean, dvdz_mean, Sij_mean	$\langle \partial u / \partial z \rangle, \langle \partial v / \partial z \rangle, \langle  S_{ij}  \rangle$

Global quantities	Description
Uwall_mean, Vwall_mean, Twall_mean	$\langle u_w \rangle, \langle v_w \rangle, \langle \theta_w \rangle$
tkeMonitor	$\int k_R dz$ on all the domain
uStar	$u_*$
zi	Boundary layer depth

April 28th 2012



# Solver outputs

- Statistics directory(continued)

Cell-face quantities	Description
phiMfs_mean, phiM2fs_mean (same thing as before but with velocity interpolated at faces)	$\frac{\kappa z}{u_*} \frac{\partial \langle U \rangle}{\partial z}, \frac{\kappa z}{u_*} \sqrt{\left(\frac{\partial \langle u \rangle}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial \langle v \rangle}{\partial z}\right)^2}$

- HAZCriterias directory

Global quantities	Description
ReLES	LES Reynolds number
scriptR	Ratio of resolved stress versus subfilter stress near the wall.
TRMonitor, TSMonitor	Magnitude of the resolved and subfilter stress respectively.





## LISTE DE RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Andren, A., A. R. Brown, P. J. Mason, J. Graf, U. Schumann, C. H. Moeng et F. T. M. Nieuwstadt. 1994. « Large-eddy simulation of a neutrally stratified boundary layer: A comparison of four computer codes ». *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, vol. 120, n° 520, p. 1457-1484.
- Bechmann, Andreas. 2006. « Large-Eddy Simulation of Atmospheric Flow over Complex Terrain ». PhD thesis, Roskilde, Technical University of Denmark, 106 p.
- Brasseur, G. James, et Tie Wei. 2010. « Designing large-eddy simulation of the turbulent boundary layer to capture law-of-the-wall scaling ». *Physics of Fluids*, vol. 22, n° 2, p. 021303.
- Chow, Fotini Katopodes, Robert L. Street, Xue Ming et Joel H. Ferziger. 2005. « Explicit filtering and reconstruction turbulence modeling for large-eddy simulation of neutral boundary layer flow ». vol. 62, n° 7, p. 2058-2077.
- Churchfield, M.J., Y. Li et P.J. Moriarty. 2011. « A Large-Eddy Simulation Study of Wake Propagation and Power Production in an Array of Tidal-Current Turbines ». In *9th European Wave and Tidal Energy Conference*. (Southampton, 4-9 September 2011), p. 1-10.
- Churchfield, M.J., et P.J. Moriarty. 2011. « Towards Simulating the Atmospheric Boundary Layer and Wind Farm Flows ». In *6th OpenFoam Workshop*. (State College, 13-16 June 2011), p. 1-24.
- Churchfield, M.J., P.J. Moriarty, G. Vijayakumar et J.G. Brasseur. 2010. « Wind Energy-Related Atmospheric Boundary Layer Large-Eddy Simulation Using OpenFOAM ». In *19th Symposium on Boundary Layers and Turbulence*. (Keystone, 2-6 August 2010), p. 1-23.
- Churchfield, Matthew.J. 2011. « OpenFOAM Workshop Training Session Wind Energy / Atmospheric Boundary Layer Tools and Tutorials ». In *6th OpenFoam Workshop*. (State College, 13-16 June 2011), p. 1-70.
- Crasto, Giorgio. 2007. « Numerical Simulations of the Atmospheric Boundary Layer ». PhD thesis, Cagliari, Università degli Studi di Cagliari, 183 p.
- de Villiers, Eugene. 2006. « The Potential of Large Eddy Simulation for the Modeling of Wall Bounded Flows ». PhD thesis, London, Imperial College of Science, Technology and Medicine, 351 p.

- Deardorff, James W. 1980. « Stratocumulus-capped mixed layers derived from a three-dimensional model ». *Boundary-Layer Meteorology*, vol. 18, n° 4, p. 495-527.
- Drobinski, Philippe, Pierre Carlotti, Jean-Luc Redelsperger, Valery Masson, Robert M. Banta et Rob K. Newsom. 2007. « Numerical and Experimental Investigation of the Neutral Atmospheric Surface Layer ». *Journal of the Atmospheric Sciences*, vol. 64, n° 1, p. 137-156.
- Duprat, Cédric. 2010. « Simulation numérique instationnaire des écoulements turbulents dans les diffuseurs des turbines hydrauliques en vue de l'amélioration des performances ». Thèse de doctorat, Grenoble, Université de Grenoble, 197 p.
- Efros, Vladislav. 2006. « Large Eddy Simulation of Channel Flow using Wall Functions ». Msc thesis, Göteborg, Chalmers University of Technology, 37 p.
- Ferziger, Joel H., et Milovan Peric. 1996. *Computational methods for fluid dynamics*. Berlin, Germany: Springer, xiv, 364 p.
- Fureby, C., G. Tabor, H. G. Weller et A. D. Gosman. 1997. « A comparative study of subgrid scale models in homogeneous isotropic turbulence ». *Physics of Fluids*, vol. 9, n° 5, p. 1416-1429.
- Gasset, Nicolas. To be published. « Refinement of a mesoscale method for Large Eddy Simulation ». PhD thesis, Montréal, École de technologie supérieure.
- Gray, M. E. B., J. Petch, S. H. Derbyshire, A. R. Brown, A. P. Lock, H. A. Swann et A. Brown. 2001. *Part II: Scientific Documentation*. Coll. « Version 2.3 Of The Met Office Large Eddy Model »: Met Office, 48 p.
- Holton, James R. 2004. *An introduction to dynamic meteorology*, 4th. Coll. « International geophysics series », v 88. Amsterdam ; Boston ; London: Elsevier Academic Press, xii, 535 p.
- Issa, R. I. 1986. « Solution of the implicitly discretised fluid flow equations by operator-splitting ». *Journal of Computational Physics*, vol. 62, p. 40-65.
- Jasak, Hrvoje. 1996. « Error Analysis and Estimation for the Finite Volume Method with Applications to Fluid Flows ». PhD thesis, London, Imperial College of Science, Technology and Medicine, 394 p.
- Khanna, Samir, et G. James Brasseur. 1997. « Analysis of Monin–Obukhov similarity from large-eddy simulation ». *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 345, p. 251-286
- Mason, P. J., et A. R. Brown. 1999. « On Subgrid Models and Filter Operations in Large Eddy Simulation ». *Journal of the Atmospheric Sciences*, vol. 56, p. 2101-2114.



- Mason, P. J., et S. H. Derbyshire. 1990. « Large-Eddy Simulation of the stably-stratified atmospheric boundary layer ». *Boundary-Layer Meteorology*, vol. 53, n° 1, p. 117-162.
- Mason, P. J., et D. J. Thomson. 1987. « Large-Eddy simulations of the neutral-static-stability planetary boundary layer ». *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, vol. 113, n° 476, p. 413-443.
- Moeng, C. H., et Peter P. Sullivan. 1994. « A comparison of shear- and buoyancy-driven planetary boundary layer flows ». *Journal of the Atmospheric Sciences*, vol. 51, n° 7, p. 999-1022.
- Moeng, Chin-Hoh. 1984. « A Large-Eddy-Simulation Model for the Study of Planetary Boundary-Layer Turbulence ». *Journal of the Atmospheric Sciences*, vol. 41, n° 13, p. 2052-2062.
- Oliveira, Paulo, et Raad Issa. 2001. « An Improved PISO Algorithm for the Computation of Buoyancy-Driven Flows ». *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals: An International Journal of Computation and Methodology*, vol. 40, n° 6, p. 473-493.
- OpenCFD. 2009. *OpenFOAM User Guide*, 1.7.0. 203 p.
- Patankar, Suhas V. 1980. *Numerical heat transfer and fluid flow*. New York: Hemisphere Publishing Corporation, 197 p.
- Piomelli, Ugo. 2001. « Large-eddy and direct simulation of turbulent flows ». In *9e conférence annuelle de la Société canadienne de CFD*. (Kitchener, May 2001), p. 1-60.
- Pope, S. B. 2000. *Turbulent flows*. Cambridge: Cambridge University Press, 771 p.
- Porté-Agel, F., C. Meneveau et M.B. Parlange. 2000. « A scale-dependent dynamic model for large-eddy simulation: application to a neutral atmospheric boundary layer. ». *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 415, p. 261-284.
- Porté-Agel, Fernando, Yu-Ting Wu, Hao Lu et Robert J. Conzemius. 2011. « Large-eddy simulation of atmospheric boundary layer flow through wind turbines and wind farms ». *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol. 99, n° 4, p. 154-168.
- Randall, David. 2011. *An Introduction to the Numerical Modelling of the Atmosphere*. [Class notes AT604 - An Introduction to Atmospheric Modelling]. Fort Collins: Colorado State University.

- Redelsperger, J. L., F. Mahé et P. Carlotti. 2001. « A Simple And General Subgrid Model Suitable Both For Surface Layer And Free-Stream Turbulence ». *Boundary-Layer Meteorology*, vol. 101, n° 3, p. 375-408.
- Robert, Benoit, Michel Desgagné, Pierre Pellerin, Simon Pellerin et Yves Chartier. 1997. « The Canadian MC2: A Semi-Lagrangian, Semi-Implicit Wideband Atmospheric Model Suited for Finescale Process Studies and Simulation ». *Monthly Weather Review*, vol. 125, n° 10, p. 2382-2415.
- Smagorinsky, J. 1963. « General circulation experiments with the primitive equations ». *Monthly Weather Review*, vol. 91, n° 3, p. 99-164.
- Stangroom, Paul. 2004. « CFD Modelling of Wind Flow Over Terrain ». PhD thesis, Nottingham, University of Nottingham, 298 p.
- Stoll, Rob, et Fernando Porté-Agel. 2006. « Effect of Roughness on Surface Boundary Conditions for Large-Eddy Simulation ». *Boundary-Layer Meteorology*, vol. 118, n° 1, p. 169-187.
- Stull, Roland B. 1988. *An introduction to boundary layer meteorology*. Coll. « Atmospheric sciences library ». Dordrecht: Kluwer Academic, 666 p.
- Sullivan, Peter, James McWilliams et Chin-Hoh Moeng. 1994. « A subgrid-scale model for large-eddy simulation of planetary boundary-layer flows ». *Boundary-Layer Meteorology*, vol. 71, n° 3, p. 247-276.
- Sumner, Jonathon, et Christian Masson. 2010. «  $k - \epsilon$  Simulations of the Neutral ABL: Achieving Horizontal Homogeneity on Practical Grids ». In *48th AIAA Aerospace Sciences Meeting*. (Orlando, 4-7 January 2010), p. 1-12.
- Tabor, G. R., M. H. Baba-Ahmadi, E. de Villiers et H. G. Weller. 2004. « Construction of inlet conditions for LES of turbulent channel flow ». In *European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering*. p. 1-12.
- University Corporation for Atmospheric Research. 2010. « Mesoscale & Microscale Meteorology: The Large Eddy Simulation ». En ligne. < <http://www.mmm.ucar.edu/modeling/les/index.php> >. Consulté le 29 Juin 2012.
- van Driest, E. R. 1956. « On Turbulent Flow Near a Wall ». *Journal of the Aeronautical Sciences*, vol. 23, n° 11, p. 1007-1011.
- Versteeg, Henk Kaarle, et Weeratunge Malalasekera. 1995. *An introduction to computational fluid dynamics : the finite volume method*. Harlow; Toronto: Pearson Prentice Hall, 257 p.

Wood, Nigel. 2000. « Wind Flow Over Complex Terrain: A Historical Perspective and the Prospect for Large-Eddy Modelling ». *Boundary-Layer Meteorology*, vol. 96, n° 1, p. 11-32.